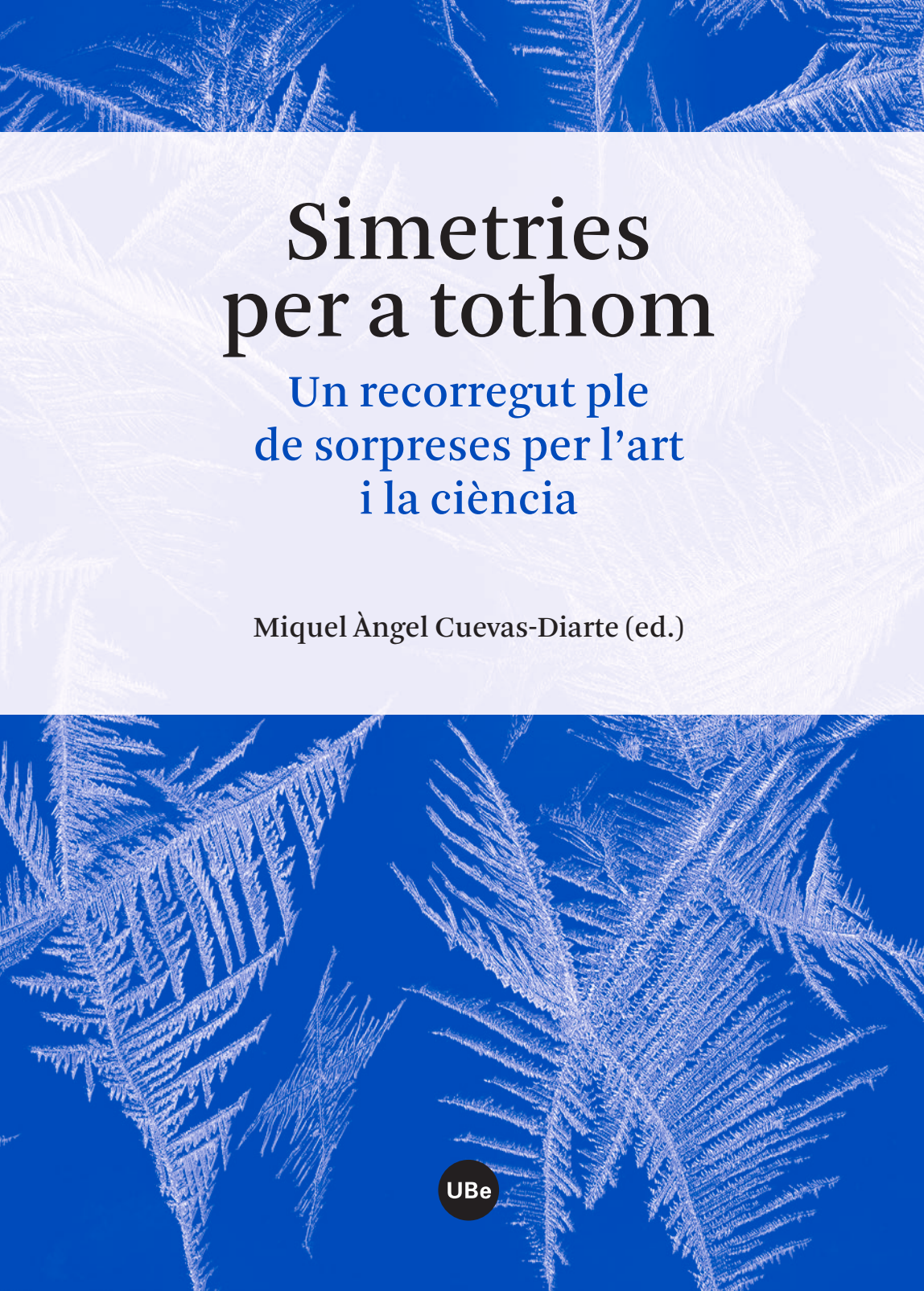




Simetries per a tothom

Un recorregut ple
de sorpreses per l'art
i la ciència

Miquel Àngel Cuevas-Diarte (ed.)

Simetries per a tothom

Simetries per a tothom

Un recorregut ple
de sorpreses per l'art
i la ciència

Miquel Àngel Cuevas-Diarte (ed.)



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Edicions

Biblioteca Universitària

Universitat de Barcelona. Dades catalogràfiques

Simetries per a tothom : un recorregut ple de sorpreses
per l'art i la ciència

ISBN 978-84-475-3979-6

I. Cuevas Diarte, Miguel Ángel, ed. 1. Simetria

© Edicions de la Universitat de Barcelona

Adolf Florensa, s/n

08028 Barcelona

Tel.: 934 035 430

Fax: 934 035 531

comercial.edicions@ub.edu

www.publicacions.ub.edu

ISBN

978-84-475-3979-6

DIPÒSIT LEGAL

B-5.780-2016

IMPRESSIÓ I REL·LIGAT

Gráficas Rey

És rigorosament prohibida la reproducció total o parcial
d'aquesta obra. Cap part d'aquesta publicació, inclòs el
disseny de la coberta, no pot ser reproduïda, emmagat-
zemada, transmesa o utilitzada per cap tipus de mitjà o
sistema, sense l'autorització prèvia per escrit de l'editor.

ÍNDIX

- 9 *Pròleg*, de Miquel Àngel Cuevas-Diarte
- 13 MIQUEL ÀNGEL CUEVAS-DIARTE, Simetria en els cristalls
- 27 LOUIS BONPUNT, L'emergència dels conceptes de simetria a través de l'estudi dels cristalls (1600-1900)
- 45 LAURA BAYÉS-GARCÍA, TERESA CALVET, MIQUEL ÀNGEL CUEVAS-DIARTE, ENRIC ROVIRA, Simetria en la xocolata?
- 59 CRISTÓBAL VIEDMA, Simetria: de la quiralitat als fàrmacs
- 75 CARMÉ JUNQUÉ, Simetries i asimetries del cervell: lateralitat manual i lateralització cerebral
- 97 MERCÈ DURFORT, La simetria en els mons animal i vegetal: una pinzellada
- 113 PERE ALEMANY, SANTIAGO ÁLVAREZ, Forma, simetria i asimetria en el món molecular
- 139 JOSEP MARIA PONS RÀFOLS, Simetries en Física Teòrica
- 161 JOAN JOSEP GUTIÉRREZ YZQUIERDO, Simetria i música
- 183 JOSÉ MANUEL BERMUDO, L'ideal de simetria com a fugida de la realitat dissimètrica
- 209 LOURDES CIRLOT VALENZUELA, MIQUEL ÀNGEL CUEVAS-DIARTE, JORGE WAGENSBERG LUBINSKI, Simetria i art: Salvador Dalí

PRÒLEG

És ben conegut que la simetria és un concepte interdisciplinari per excel·lència. És transversal tot i que s'apliqui des de diferents punts de vista. La seva trajectòria al llarg del temps va paral·lela entre les ciències i les arts. Parlem de simetria en disciplines tan diverses com la cristal·lografia, la química, la física, les matemàtiques, la zoologia, la botànica, la neurologia, la música, les arts plàstiques, l'arquitectura, la filosofia, i tantes altres. La simetria ha estat estudiada al llarg del temps i en cada disciplina. El concepte de simetria i les seves implicacions canvien amb el temps i queda afectat en cada disciplina per la influència de les altres. L'essència de la simetria tan sols es pot abastar des del seu caràcter interdisciplinari. El nostre interès se centra en la manera com s'aplica i influeix en el desenvolupament de noves idees en els diferents camps del coneixement.

Aquest llibre neix d'un curs fet a l'edició de 2015 dels Juliols UB. I el curs, d'un llibre publicat per Edicions UB. I aquest darrer, neix d'una conferència pronunciada el 2011. I la conferència neix d'un llunyà interès entre amics per aquests temes. El cas és que és un tema que atreu. La repercussió és sempre positiva. Tothom hi troba un centre d'interès, en un àmbit o altre, global o parcial.

El lector hi trobarà un desplegament de temes molt diversos. Descobrirà curiositats que potser no coneixia i, en el millor dels casos, l'incitarà a buscar més informació sobre algun dels temes tractats. El llibre no pretén ser exhaustiu. És pràcticament impossible. Hem deixat molts temes sense incloure. Es pot llegir de la primera

pàgina fins a l'última, o escollir el tema que interessa i deixar els altres per a més endavant. Tots els temes estan desenvolupats en un nivell de divulgació que pretén ser abastable per a tothom amb una mínima formació i molt d'interès per aprendre. Es tracta d'això. D'aprendre i, al mateix temps, de gaudir de la lectura.

Per la meva pròpia deformació professional, parlarem de simetria en els cristalls a partir d'unes mínimes bases cristal·logràfiques que permetin entendre la simetria macroscòpica dels poliedres i la simetria microscòpica dels àtoms a l'interior dels cristalls, i parlarem de la història i l'emergència del concepte de simetria cristal·lina per retre un homenatge a aquells pioners que, sense les eines de què disposem avui dia, van arribar tan lluny en els seus estudis. Parlarem d'una simetria molt del gust de molta gent, de la que trobem en els cristalls d'alguns dels components de la xocolata a través del seu polimorfisme. Per acabar amb el bloc més cristal·logràfic, abordarem la simetria dreta-esquerra a través de les molècules quirals i la seva importància en l'elaboració de nous fàrmacs. Aquesta lateralitat dreta-esquerra també serà abordada en el cervell, en una altra escala, des del punt de vista de les seves notables implicacions en el nostre comportament. A partir d'aquí, ens endinsarem en les implicacions de la simetria en les ciències naturals en general. Així veurem la importància que té en el món animal i vegetal, en les molècules dels compostos químics, i com els conceptes cada cop més abstractes i matemàtics de les simetries han tingut un paper essencial en la formulació de les grans teories fonamentals de la física contemporània. La música ens servirà per fer un salt a altres tipus de disciplines i adonar-nos de l'abast de la simetria en el llenguatge musical. Podrem gaudir d'un passeig on simetria i dissimetria ens condueixen a través de diverses concepcions filosòfiques. I acabarem endinsant-nos en el món de la pintura de la mà de Salvador Dalí i el seu interès per la simetria.

La veritat és que ha estat un goig poder comptar amb un magnífic conjunt d'autors, col·legues i amics, que han fet una extraordinària labor. Tots són excel·lents especialistes en el seu camp disciplinari. Louis Bonpunt, cristal·lògraf, company i amic des del principi de les nostres carreres professionals, que es troba a l'origen del meu interès per la simetria. Teresa Calvet i Laura Bayés, amb qui comparteixo el dia a dia de la meva feina sobre els cristalls i actualment molt especialment sobre la xocolata, que em suporten i que m'omplen d'orgull amb l'excel·lent feina que fan, i que té un futur obert i esperançador. Enric Rovira, mestre xocolater internacionalment reconegut, i una gran troballa per al món de la ciència i de la divulgació, que mai no hauria de deixar de plantejar-nos els seus dubtes i d'encoratjar-nos amb les seves idees. Cristóbal Viedma, un altre cristal·lògraf que ha aconseguit que els seus resultats sobre la quiralitat siguin coneguts internacionalment, que molta gent estigui treballant sobre les seves propostes, i que el seu nom se citi en els tractats científics. Carme Junqué, especialista en neurociències, amb qui m'ha unit la simetria i he pogut descobrir aspectes tan interessants sobre el cervell. Mercè Durfort, estimada i admirada tant per la seva feina en el món de la biologia cel·lular i la divulgació científica com per l'animació de tantes i tantes activitats. Santiago Álvarez, amic des de la guarderia dels nostres fills, units posteriorment per la música dels nostres fills, i Pere Alemany, químics amb aportacions molt valuoses a l'estudi de la simetria de les molècules i la seva quantificació. Josep Maria Pons, físic teòric, amb qui he coincidit en moltes activitats dins i fora de la universitat, amb la pausa i el rigor que sempre dona a les coses. Joan Josep Gutiérrez, pianista i compositor que m'ha ajudat a introduir coherència i rigor a les vagues idees que jo tenia sobre la simetria en la música. José Manuel Bermudo, company també de tantes activitats universitàries, amb qui mai no havia parlat de simetria en tants anys, i que m'ha descobert un món apassionant d'idees tan boni-

ques i importants. Jorge Wagensberg, físic i divulgador, al qual devem tant en aquesta ciutat, amb qui he compartit també moltes activitats al llarg del temps. A Lourdes Cirlot, historiadora de l'art, li haig d'agrair que sempre hagi trobat temps per a les meves propostes sobre la simetria, i que aquest llibre vegi la llum. Moltes gràcies a tots i totes. El mèrit és seu. Els defectes són meus.

No vull acabar sense agrair també l'interès per la simetria i l'excel·lent feina dels membres d'Edicions UB en tots els àmbits, dels correctors, i de Mercedes Aguilar, que ha millorat algunes de les figures.

MIQUEL ÀNGEL CUEVAS-DIARTE
Barcelona, març de 2016

SIMETRIA EN ELS CRISTALLS

Abans de res, deixeu que eviti una confusió bastant habitual. Un cristall no és un vidre. En la majoria d'idiomes aquesta confusió no existeix. Però en castellà es diu molt sovint: «el cristal de la ventana». No és correcte. Un cristall és un sòlid on els àtoms, els ions o les molècules estan ordenats a l'interior; en canvi, un vidre és un sòlid amorf, desordenat, obtingut pel refredament ràpid d'una barreja de silicats i altres components, és una forma metastable, es tracta d'un líquid congelat que si li donem prou temps (segurament nosaltres no ho veurem) passarà a la forma sòlida estable i es trencarà.

Molt superficialment: hem dit que un cristall és un sòlid ordenat, i d'aquest ordre es dedueixen una sèrie de propietats que ens permeten dir que un cristall és periòdic (les seves unitats es distribueixen periòdicament en l'espai), és homogeni (les propietats de la matèria cristal·lina són idèntiques en cadascuna de les seves parts; des d'un punt de vista microscòpic es mostra en l'existència d'entorns idèntics pels àtoms que ocupen posicions cristal·logràficament equivalents), és anisòtrop (les propietats de la matèria cristal·lina varien amb la direcció; això és una conseqüència del fet que la periodicitat dins del cristall no cal que sigui igual al llarg de totes les direccions) i és simètric (les unitats es distribueixen en l'espai seguint uns patrons amb un cert contingut de simetria que fa equivalents els àtoms, els ions, o les molècules dins del cristall).

I els cristalls on són? Doncs a tot arreu! És una exageració, evidentment, però no tant. La majoria de minerals, són cristal·lins, la

majoria de gemmes són cristal·lines, quasi tots els fàrmacs estan produïts a partir de substàncies cristal·lines, molts aliments i cosmètics contenen components cristal·lins, gairebé tots els aparells electrònics que utilitzem en la nostra vida quotidiana estan construïts utilitzant components cristal·lins, i així un llarg etcètera. Podem fer l'exercici de mirar al vostre voltant i identificar tot allò que és o que conté cristalls. I nosaltres mateixos els portem a sobre, els ossos i l'esmalt de les nostres dents són fonamentalment cristal·lins.

Però centrem-nos en la simetria. En els cristalls, la simetria la podem abordar en dos nivells: macroscòpic i microscòpic. Tots dos estan lligats entre si. La simetria macroscòpica és una conseqüència de l'ordre microscòpic. L'ordre dels àtoms, dels ions o molècules a l'interior del cristall, és la causa que la morfologia externa es presenti com a poliedres regulars més o menys ben formats a escala macroscòpica. Dit d'una altra manera, les formes externes dels cristalls són l'efecte de l'ordre intern. La simetria macroscòpica és una simetria finita, ja que els poliedres cristal·lins són figures finites, i el nombre d'operacions de simetria que els descriuen també és finit. En canvi, la simetria macroscòpica és infinita ja que la distribució d'àtoms, ions o molècules a l'interior del cristall es pot considerar infinita. Encara que limitats per les cares del cristall, les unitats del cristall es descriuen a l'escala d'àngstrom, i es poden considerar teòricament infinites. Cal recordar que un metre són 10^{10} Å, és a dir, deu mil milions d'àngstroms. O com diu el meu bon amic Santiago Álvarez, el gruix d'un cabell humà és normalment equivalent a un milió d'àtoms d'un àngstrom de diàmetre.

Anem a pams. Quan mirem un cristall ens sorpren, de manera immediata, l'existència de cares planes, formant angles precisos d'arestes ben definides (figura 1). Sigui quina sigui la mida del cristall. Uns cops les veurem a ull nu i d'altres ens caldrà utilitzar una lupa, un microscopi òptic, o fins i tot un microscopi electrònic. Els cristalls formen poliedres regulars, com hem dit, a causa de l'ordre

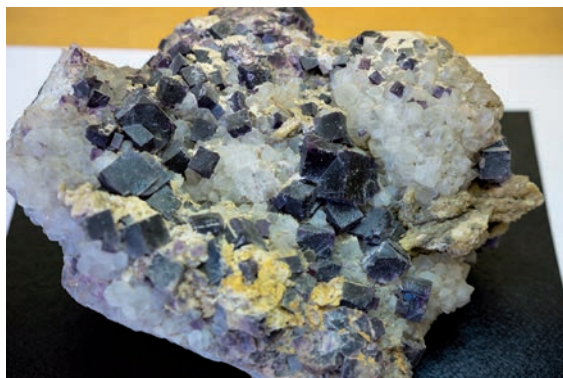


Figura 1. Cristalls de fluorita sobre quars d'Astúries, propietat del Departament de Cristal·lografia, Mineralogia i Dipòsits Minerals. (Fotografia de M.A. Cuevas-Diarte)

intern dels seus components. Aquest ordre periòdic comporta propietats que han estat fonamentals per a la nostra vida quotidiana. Observant aquestes morfologies, alguns cops espectacularment belles i perfectes, neix la cristal·lografia. De fet, el terme cristall prové de la paraula *krystallos* amb què els grecs denominaven el gel i aquells minerals transparents, com el cristall de roca, que creien que s'havien format a partir del fred. Sense voler fer una història de la cristal·lografia, cal retre homenatge a totes aquelles persones que n'han fet possible el desenvolupament. Inicialment, i fins l'any 1912 —en què es descobreix la difracció de raigs X, que suposa la possibilitat de determinar l'estructura interna dels cristalls a partir de l'observació macroscòpica i d'algunes poques propietats mesurables amb instruments rudimentaris—, tan sols es podien establir una sèrie d'hipòtesis sobre l'estructura interior, encara que moltes han estat corroborades posteriorment. Va caldre reinventar la noció d'àtom, i després introduir la de molècula per poder començar a introduir la noció que a l'interior del cristall hi ha una petita part que es repeteix periòdicament en les tres direccions de l'espai i que ens descriu el conjunt del cristall.

La simetria externa dels cristalls, durant molt de temps, va permetre'n la classificació, sobretot en moments en què les col·leccions d'animals, plantes i minerals van esdevenir una moda entre l'aristocràcia, la burgesia i els eclesiàstics. Com es pot veure en un altre dels capítols d'aquest llibre, la noció de simetria interessa també als filòsofs. Quan la tradició científica francesa se situava més a prop de l'observació, la tradició alemanya es fascinava per les abstraccions que es desprenen de la realitat.

El desenvolupament de la cristal·lografia ha estat tan espectacular i tan profitós per a les altres ciències afins, i les seves aplicacions són tan presents en la nostra vida quotidiana i són d'una importància tan rellevant per a l'evolució de la societat del benestar, que l'Assemblea General de les Nacions Unides va declarar el 2014 Any Internacional de la Cristal·lografia.

La forma simètrica dels cristalls no deixa de ser sorprenent. És cert que aquesta simetria és diferent de la que ens mostren les flors i els animals, o la simetria en algunes obres d'art, d'arquitectura, musicals, etc. Però, no menys bella. La complexitat dels éssers vius comporta una llibertat de variacions que en els cristalls, on la línia recta domina, no existeix. Però si les formes cristal·lines es poden considerar essencialment primitives des d'un punt de vista artístic, tenen, sens dubte, una atracció estètica. Les seves formes ens acosten a la comprensió del seu interior i del món que ens envolta. La línia recta és un camí que ajuda a la repetició exacta i periòdica d'una mateixa unitat que, com hem dit, és consubstancial al cristall. I tot i que existeixen formes cristal·lines que podríem qualificar de «senzilles» com ara un cub, molts cristalls durant el procés de creixement desenvolupen una quantitat i diversitat de cares amb la mateixa forma que fa que incrementi la fascinant complexitat de la forma. Per exemple, un cub pot presentar cares menys evolucionades d'octaedre als seus vèrtexs, i de dodecaedre a les seves arestes, però totes les formes tenen la mateixa simetria. Quan un

cristall presenta moltes cares, algunes vegades resulta difícil decidir quines s'han de prendre essencialment del mateix tipus, i quines haurien de correspondre a formes diferents. Aquest ha estat un dels problemes dels primers cristal·lògrafs. Diferents cristalls d'una mateixa substància, fins i tot crescuts al mateix temps, normalment no mostren exactament la mateixa forma per causa dels canvis durant el procés de creixement. Però els angles diedres entre les cares d'una mateixa espècie sempre són absolutament idèntics. Aquesta va ser la base per a aquells excepcionals pioners de la cristal·lografia. La diversitat de formes cristal·lines és extraordinària. Sens dubte és una simfonia de belles formes.

La forma dels cristalls depèn de la velocitat relativa de creixement de les diferents cares. Les que tenen una velocitat de creixement més baixa seran les que tendiran a predominar la forma cristal·lina. Les de velocitats superiors tendeixen a desaparèixer. Les velocitats de creixement de les cares depenen de la distribució espacial de les unitats de creixement a l'interior del cristall. Aquesta distribució és una conseqüència de les forces d'atracció i de la distribució de les forces d'enllaç entre les unitats estructurals a cada cara. La forma externa del cristall no deixa de ser una bona indicació de la distribució simètrica de les unitats estructurals a l'interior.

Bé, doncs quan observem un cristall que durant els seu procés de creixement ha desenvolupat suficientment les cares, el que podem apreciar és que algunes d'aquestes cares són exactament idèntiques a les altres després d'efectuar alguns moviments en l'espai. És el que anomenem una operació de simetria. Imagineu-vos un cub, cada cara del cub és idèntica a una altra si la girem 90° , i si continuem girant la cara, després d'haver fet quatre cops el mateix moviment, tornarem a la cara inicial. En el cub existeixen rotacions que fan equivalents les cares entre si, de 90° , però també de 120° si ens situem en els seus vèrtexs, on veurem tres cares equivalents. A més, també podem dividir les cares en dues meitats, amb plans paral·lels

a les arestes, i amb plans diagonals de les cares. Tots aquests moviments que ens deixen invariants les cares, les arestes o els vèrtexs són operacions de simetria macroscòpica, i els denominem elements de simetria. I tots els elements, que en nombre finit, descriuen la simetria d'un poliedre cristal·lí es tallen en un punt que és el centre del poliedre. Per aquesta raó parlem de simetria finita en aquest cas.

Cada poliedre té uns elements de simetria característics que el descriuen i que en permeten la classificació. El conjunt d'elements de simetria d'un poliedre forma un grup d'operacions en el sentit matemàtic del terme. Les matemàtiques sempre han estat i són un suport indispensable per a les altres ciències. De les nombroses combinacions teòricament possibles, moltes no són factibles geomètricament en l'espai, i d'altres donen lloc a combinacions equivalents entre si. En total tenim 32 grups d'operacions de simetria finita, i aquests es poden dividir en els set sistemes cristal·lins que tants maldecaps han donat a molts durant la seva joventut. I estic pensant en un bon i respectat amic en particular.

Les operacions de simetria són poques: rotació, reflexió, inversió i rotació seguida d'inversió. Rotació d'un cert angle al voltant d'un eix. Rotació sí, però no qualsevol. En els cristalls tan sols són possibles rotacions de 360° en els eixos monaris (deixen una cara invariant sobre si mateixa), de 180° en els eixos binaris (repeteixen una cara dues vegades), de 120° en els eixos ternaris (mostren una cara tres vegades), de 90° en els eixos quaternaris (una cara quatre vegades), i de 60° en els eixos senaris (una cara sis vegades). És veritat que en animals, plantes i en molècules o grups atòmics aïllats són possibles altres rotacions, per exemple: d'ordre 5 o d'ordre 8. En els cristalls no. Recordeu que un cristall és un sòlid periòdic i homogeni. Intenteu omplir l'espai amb pentàgons. Segur que us queden buits incompatibles amb el concepte de cristall. Això no passa amb els hexàgons, quadrats o triangles, amb què omplireu completa-

ment l'espai sense deixar buits. Compte! Els puristes em podrien dir que en els quasicristalls existeix simetria d'ordre 5. Cert, però no entrarem en aquest llibre a considerar aquests casos particulars.

La reflexió ens situa un objecte a l'altre costat d'un pla, equidistant respecte del pla que és el pla de reflexió, o ens divideix una cara en dues meitats totalment idèntiques. Com quan al matí ens llevem i ens mirem al mirall. Obtenim una imatge nostra, totalment equivalent, reflectida a l'altre costat del mirall.

La inversió respecte d'un punt en l'espai. Els dos objectes equivalents són equidistants del punt d'inversió (denominat també centre d'inversió o de simetria), l'un invertit respecte de l'altre.

De la combinació d'aquestes tres operacions fonamentals tan sols unes poques donen lloc a una nova operació de simetria puntual. La que resulta de fer una rotació de 120° i invertir la figura respecte d'un punt situat sobre l'eix de rotació: eix ternari d'inversió. La mateixa operació, quan l'angle de rotació és de 90° : eix quaternari d'inversió. I també en aquella en què l'angle de rotació és de 60° : eix senari d'inversió. Aquestes tres operacions de simetria puntual són resultants d'un sol moviment de rotació i d'inversió en l'espai.

Totes aquestes operacions de simetria, que aquí descrivim en els cristalls, no deixen de ser les mateixes que podem aplicar als objectes que ens envolten. Una taula de menjador rectangular presenta dos plans de reflexió perpendiculars entre si, i un eix de rotació de 180° en la intersecció dels plans. Si la taula és quadrada, l'angle de rotació de l'eix serà de 90° . Molts edificis els podem dividir en dues meitats exactament idèntiques per un pla de reflexió. I així podríem continuar donant exemples.

En total, entre rotacions, reflexió, inversió i eixos d'inversió, amb 10 operacions i les seves combinacions, descrivim la simetria macroscòpica de tots els cristalls. Entre aquelles combinacions que no són possible geomètricament, i aquelles que donen lloc a combinacions equivalents entre si, ens queden 32 combinacions, o

grups d'operacions de simetria puntual, o grups de simetria puntuals. Són les 32 classes de Bravais per tal de retre homenatge a qui les va deduir per primer cop.

La forma externa d'un cristall reflecteix la simetria del grup puntual. Els cristalls estan formats per una o diverses formes cristal·lines, totes corresponents al grup puntual del cristall. Una forma cristal·lina és el conjunt de cares relacionades entre elles per la simetria del grup puntual. Les formes cristal·lines poden ser: senzilles (formades per una sola forma cristal·lina) o compostes (formades per més d'una forma cristal·lina). Un octaedre és una forma senzilla, però molts cops en un cristall ens trobem alhora cares de prisma, de piràmide, etc. Sigui una forma senzilla o composta, l'estructura interna del cristall comporta un hàbit característic de la forma externa cristal·lina. Les unitats estructurals del cristall poden estar distribuïdes de manera similar en les tres direccions de l'espai (hàbit isomètric), estar distribuïdes més aviat en un pla (hàbit laminar), tenir una dimensió més desenvolupada que les altres dues (hàbit prismàtic) o estar distribuïdes pràcticament en una dimensió (hàbit acicular), com es pot veure a la figura 2.

A més, durant el procés de creixement (a la natura o al laboratori), els cristalls poden donar lloc a macles, que són associacions de cristalls seguint una certa llei de simetria; així, tenim la macla de contacte de l'albita, la macla de rotació de l'ortòclasi, la macla d'interpenetració de la fluorita, la macla cíclica de l'aragonita, etc.

Si ara ens endinsem a l'interior del cristall, què ens trobarem? Òbviament àtoms, ions o molècules, segons la naturalesa química de la substància que estudiem. En aquest trànsit recordeu que ens situem, com ja hem dit abans, a l'escala d'àngstrom. No ens serveixen les lupes, ni els microscopis òptics. Hem de recórrer a la difracció dels raigs X (de laboratori o en un sincrotró), dels neutrons, o dels electrons. L'ordre intern dels cristalls comporta que els electrons dels àtoms, ions o molècules difonguin el feix d'aquestes ra-

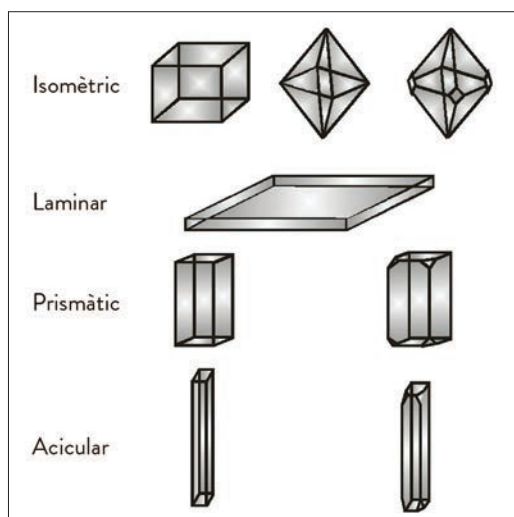


Figura 2. Diferents hàbits cristallins en formes senzilles i compostes.
(Imatge de M. Aguilar)

diacions en totes les direccions de l'espai i les desviïn en determinades direccions amb màxima intensitat. A partir de l'anàlisi d'aquestes direccions discretes i de la intensitat en cadascuna, som capaços de determinar on són situats els àtoms, ions o molècules en l'espai tridimensional (figura 3). I amb molta precisió, si el cristall és de suficient qualitat i es compleixen algunes condicions.

Aquest ordre intern, microscòpic, comporta un cert contingut de simetria. Aquí parlarem de simetria microscòpica, de simetria espacial, de simetria infinita. Donada l'escala a què ens situem, qualsevol cristall es pot considerar com un univers infinit, limitat per les cares. Els àtoms, ions o molècules són, aquí també, equivalents per algunes operacions de simetria. Són les mateixes operacions que hem descrit en la simetria macroscòpica, i algunes més. A més de la rotació, la reflexió, la inversió i la rotació-inversió, ens trobem amb equivalències que es produeixen per una translació en l'espai. Aquesta translació, associada a la reflexió i a la rotació,

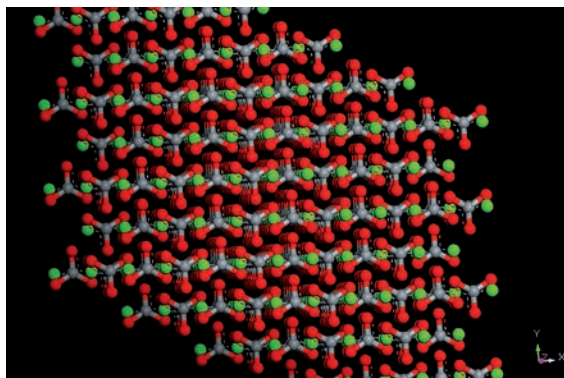


Figura 3. Representació de l'estructura cristal·lina de la calcita, una de les formes polimòrfiques del carbonat de calci.

22

dóna lloc a dues noves operacions de simetria: els eixos helicoïdals (que comporten una rotació dels mateixos angles que ja coneixem associada a una translació al llarg de l'eix compatible amb la periodicitat del cristall) i els plans de lliscament (que comporten una reflexió respecte d'un pla associada a una translació al llarg del pla compatible amb la periodicitat del cristall).

També aquí el conjunt d'elements de simetria que descriuen l'interior d'un cristall forma un grup d'operacions en el sentit matemàtic del terme. Si considerem un cristall idealment bidimensional, o un dibuix sobre el pla, haurem de considerar 17 grups de simetria bidimensional. Aquesta simetria en dues dimensions és present en qualsevol dibuix o ornamentació que pretengui omplir tot el pla a partir d'un motiu repetit periòdicament per dues translacions: la majoria de papers pintats que decoren les parets de les habitacions, l'ornamentació de les parets i dels paviments en l'arquitectura mudèjar d'Aragó o de l'Alhambra de Granada, o de Los Reales Alcázares de Sevilla, els panots que dibuixen les voreres de moltes ciutats, o que tan magistralment va idear Antoni Gaudí per al paviment del passeig de Gràcia de Barcelona. Si veieu fotografies o

visiteu i passegeu per aquests llocs veureu una explosió de simetria. En aquest cas estem parlant de dues dimensions. Això comporta que els components del dibuix o de l'ornamentació no poden sortir del pla. És a dir, que els elements de simetria no són eixos o plans. Aquí hem de parlar de punts de rotació o de línies de reflexió. Però igualment identificarem rotacions de 60° , 90° , 120° , 180° , aquest cop al voltant d'un punt i efectuant la rotació en el pla de dibuix.

En el cas dels cristalls tridimensionals, haurem d'utilitzar-ne un nombre superior. Són 230 els grups d'operacions de simetria espacial o de simetria infinita. Si a més volem tenir en compte que algunes propietats es poden considerar que adquireixen valors discrets, és a dir que es poden imaginar com colors diferents, parlarem llavors de la simetria policromàtica per contraposició a la simetria monocromàtica. En aquest cas, el nombre de grups d'operacions augmenta fins a 1.651 en simetria dicromàtica. Tot això ocorre en l'espai tridimensional. En quatre dimensions els grups serien 4.783. Els grups d'operacions de simetria infinita també es distribueixen en els set sistemes cristal·lins. Així parlem de grups de simetria cúbics, tetragonals, hexagonals, etc.

És de remarcar que els grups tridimensionals van ser proposats a finals del segle XIX per tres investigadors, Schönflies, Barlow i Fedorov de manera independent que van arribar al mateix resultat seguint camins diferents. El primer que va donar la solució correcta va ser Fedorov, però com que va publicar el treball en rus no va ser conegut de manera immediata. Tan sols quan Schönflies va publicar els seus resultats el 1891, el científic rus va ser conscient que el seu treball no era conegut i va enviar-ne un resum a una revista alemanya que va mostrar-ne la prioritat. De fet, l'ordenament simètric dels àtoms, ions o molècules a l'interior dels cristalls va ser intuït per molts investigadors, sobretot a partir del segle XVIII. Però no disposaven dels mitjans per demostrar-ho fins que a principis del segle XX es van fer les primeres experiències de difracció de raigs X en cristalls.