



Selecta Pilar Bayer
VOLUM I

Montserrat Alsina, Anna Rio,
Artur Travesa (eds.)



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

COL·LECCIÓ
HOMENATGES



52

Selecta Pilar Bayer

VOLUM I

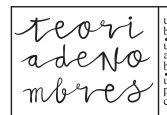
Selecta Pilar Bayer
VOLUM I

Edició a cura de
Montserrat Alsina, Anna Rio,
Artur Travesa



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Edicions



Universitat de Barcelona. Dades catalogàfiques

Selecta Pilar Bayer. – (Homenatges (Universitat de Barcelona) ; 52-53)

ISBN: 978-84-475-3961-1 (o.c.)

ISBN: 978-84-475-3957-4 (v. 1)

ISBN: 978-84-475-3956-7 (v. 2)

- Bayer i Isant, Pilar, 1946- II. Alsina i Aubach, Montserrat, 1966- II. Rio, Anna III. Travesa i Grau, Artur IV. Col·lecció: Homenatges (Universitat de Barcelona) ; 52-53
 - Bayer i Isant, Pilar, 1946- 2. Matemàtica 3. Homenatges
-

© Edicions de la Universitat de Barcelona

Adolf Florensa, s/n

08028 Barcelona

Tel.: 934 035 430

Fax: 934 035 531

www.publicacions.ub.edu

comercial.edicions@ub.edu

© Seminari de Teoria de Nombres (UB-UAB-UPC)

FOTOGRAFIA DE LA COBERTA Marcellí Bayer

ISBN (v. 1) 978-84-475-3956-7

ISBN (o. c.) 978-84-475-3961-1

DIPÒSIT LEGAL B-29.570-2015

IMPRESSIÓ I REL·LIGAT Gráficas Rey

L'edició d'aquest volum d'homenatge a Pilar Bayer ha rebut el suport de la Universitat de Barcelona i dels projectes MTM2012-33830 i MTM2012-34611.



L'obra incomparable de Pilar Bayer està escrita en les persones, en totes les persones a les quals, en un moment o altre, ens ha fet gaudir del plaer d'escoltar matemàtiques, d'aprendre matemàtiques, de fer matemàtiques. Aquesta obra diversa, eclèctica, rica en mil matisos, roman en el terreny de les experiències personals que fan la nostra vida més interessant, i no la podem plasmar en un volum, ni en dos. És un llegat fantàstic que portem incorporat.

Amb els treballs recopilats en aquests volums volem mostrar en un format palpable l'amplitud de la seva òptica matemàtica, la profunditat i la bellesa de les seves matemàtiques. No és un recull exhaustiu, sinó una invitació que cadascú faci un tastet d'allò que li agradi més. Després, n'estem segurs, ja no podreu parar. La persona i l'obra us captivaran per seguir endavant.

Dediquem aquest volum a Pilar Bayer Isant, en ocasió del seu setantè aniversari.

Sumari

<i>Pròleg</i> , per Dídac Ramírez i Sarrió	11
<i>Lloança</i> , per Artur Travesa	13
<i>Introducció</i> , per Montserrat Alsina, Anna Rio i Artur Travesa	29
1. PILAR BAYER, El teorema de Fermat. <i>Publicacions Matemàtiques</i> , 2 (1976), p. 94-110	35
2. PILAR BAYER, Sobre el índice de irregularidad de los números primos. <i>Collectanea Mathematica</i> , 30 (1979), p. 11-20	53
3. PILAR BAYER, PASCUAL LLORENTE, NÚRIA VILA, $\tilde{M}_{12}$ comme groupe de Galois sur $\mathbf{Q}$. <i>Comptes Rendus Acad. Sc. Paris</i> , 303 (1986), p. 277-280	63
4. PILAR BAYER, Triangles rectangles de costats racionals. <i>Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques</i> , 1 (1987), p. 22-32	67
5. PILAR BAYER, Embedding problems with kernel of order two. Séminaire de Théorie des Nombres, Paris 1986-87. <i>Progress in Mathematics</i> , 75 . Birkhäuser, 1988. p. 27-34	79
6. PILAR BAYER, GERHARD FREY, Galois representations of octahedral type and 2-coverings of elliptic curves. <i>Mathematische Zeitschrift</i> , 207 (1991), p. 395-408	87
7. PILAR BAYER, JOAN CARLES LARIO, On Galois representations defined by torsion points of modular elliptic curves. <i>Compositio Mathematica</i> , 84 (1992), p. 71-84	101
8. PILAR BAYER, Els sòlids platònics. <i>Memòries de la Reial Acadèmia de Doctors</i> (1996), p. 1-23	115
9. PILAR BAYER, JOSEP GONZÁLEZ, On the Hasse-Witt invariants of modular curves. <i>Experimental Mathematics</i> , 6 (1997), p. 57-76	139
10. PILAR BAYER, ANNA RIO, Dyadic exercises for octahedral extensions. <i>Journal für die reine und angewandte Mathematik</i> , 517 (1999), p. 1-17	159

11. PILAR BAYER ET AL., Arithmetical problems in number fields, abelian varieties and modular forms. <i>Contributions to Science</i> , 1 , núm. 2 (1999), p. 125-145	177
12. PILAR BAYER, En record de la professora Griselda Pascual. <i>SCM/Notícies</i> , 16 (2001), p. 2-4.	199
13. PILAR BAYER, <i>Les Disquisicions Aritmètiques de Gauss</i> . Curs Gauss 2005-2006, FME/UPC (2006), p. 87-123	203
14. PILAR BAYER, Jean-Pierre Serre, medalla Fields. <i>Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española</i> , 4 (2001), p. 211-247	241
15. PILAR BAYER, Laudatio al professor Jean-Pierre Serre. <i>SCM/Notícies</i> , 21 (2005), p. 30-32.	279
16. PILAR BAYER, Jean-Pierre Serre: an overview of his work. <i>The Abel Prize. The first five years: 2003-2007</i> . Springer (2010), p. 33-80	283
17. PILAR BAYER, <i>Variæ observationes circa series infinitas</i> . Versió revisada per l'autora de l'original publicat al <i>Butlletí de les Societats Catalanes de Física, Química, Matemàtiques i Tecnologia</i> , 2 (1984), p. 75-127	331
<i>Agraïments / Acknowledgements</i>	377
<i>Crèdits legals</i>	377

Pròleg

Des de la seva fundació, la Universitat de Barcelona ha vetllat pel coneixement i el progrés de la societat i s'ha fet garant dels valors de la igualtat i la llibertat. Compromesa amb la investigació, aquesta institució ha impulsat la recerca en l'àmbit científic i ha assolit l'excel·lència gràcies a la dedicació i l'esforç de professors que han deixat una empremta extraordinària en els seus col·legues, els alumnes i la mateixa institució. És en aquesta línia que ens plau prologar els volums d'homenatge a la professora Pilar Bayer.

La doctora Pilar Bayer, de qui celebrem el setantè aniversari, és un exemple de dedicació, mestratge i contribució a l'avenç científic en tots els àmbits. Pionera dels estudis postdoctorals de recerca a l'estranger, el 1982 accedí a la càtedra d'Àlgebra a la Universitat de Barcelona, que encara ocupa. El 1986 impulsà i dirigí el Seminari de Teoria de Nombres, que de seguida va tenir ressò internacional i fou acollit amb entusiasme. Ha col·laborat en projectes de recerca, ha dirigit nombroses tesis doctorals, ha participat en tribunals d'oposició, en comitès per atorgar càtedres a l'estranger, ha participat en comitès editorials de revistes internacionals de matemàtiques, ha promogut la publicació d'obres de referència, ha donat conferències i ha estat convidada com a ponent en reunions científiques d'àmbit internacional. També destaca el compromís amb la gestió de la Universitat, a la qual s'ha lliurat amb illusió. En la intensa trajectòria de la doctora Bayer cal remarcar especialment la seva contribució generosa a la divulgació de la ciència; la seva tasca en tots els àmbits i a tots nivells ha estat reconeguda i premiada.

Aquests llibres dedicats a la professora Pilar Bayer contenen una tria, en ordre cronològic, dels articles publicats en revistes científiques. Aquesta acurada selecció ens permet explorar les seves línies d'estudi i admirar el conjunt de la seva obra. És, doncs, un homenatge merescudíssim al seu treball, a la seva dedicació incondicional a la docència i, en definitiva, la prova que el seu llegat té un prestigi incontestable arreu. I jo tinc l'honor, com a rector de la Universitat de Barcelona, d'acompanyar-los amb aquestes paraules dites de cor.

DÍDAC RAMÍREZ I SARRIÓ

Lloança

El dia 13 de febrer de 1946 va néixer a Barcelona una nena que el seu pare inscriví al Registre Civil com si fos nascuda el dia 12 de febrer, diada de Santa Eulàlia, patrona de Barcelona, amb els noms Pilar, Teresa i Antònia i els cognoms Bayer i Isant. El pare era músic: professor de violí, saxòfon i clarinet dels conservatoris del Liceu i Municipal de Música de Barcelona, compositor, i membre de la Banda Municipal i de l'Orquestra Municipal de Barcelona. El seu avi i la seva àvia eren mestres, com també ho era una tieta seva. Doncs, aquella nena, Pilar, va criar-se en un ambient en el qual el coneixement i la cultura eren ben presents; i hem d'agrair a la seva mare que sabés transmetre a la Pilar el gust per aquests valors; i també el suport constant que va donar sempre a la seva filla, un altre exemple del qual podrem trobar més endavant.

Potser per això, la Pilar va fer els estudis primaris en una escola Maria Montessori, de la qual té un molt bon record. Una de les coses que relata més sovint, i que posa com a exemple de les característiques bàsiques del mètode Montessori, és que s'ho passava molt bé perquè li agradava molt jugar «amb aquelles coses tan boniques»; li agradava anar a escola. I la Pilar era, segurament, la nineta dels ulls del pare, que li va compondre i dedicar una sardana, certament molt bonica: *La Pilareta*.

Després va estudiar el batxillerat a l'institut Maragall. És allí on va trobar-se com a professora la Griselda Pascual, que era coneguda i molt ben considerada per la seva família, que coneixia bé els pares de la Griselda. I simultàniament, la joveneta Pilar estudiava música. I sembla que en acabar el batxillerat tenia dubtes sobre què volia fer després: d'una banda, volia ser mestra; però, de l'altra, li agradava molt la música; i també les matemàtiques. Perquè, com molta canalla, ho volia fer tot, ho volia saber tot, no volia haver de deixar res.

Un any després de les riudes del Vallès i de la gran nevada a Barcelona, la jove Pilar Bayer es va matricular a Matemàtiques; i va acabar la llicenciatura un mes després del maig del 1968, un any després d'haver obtingut el títol de

Professora de piano pel Conservatori Superior Municipal de Música de Barcelona. Així, podem dir a dreta llei que la senyora —en aquell moment hauríem dit senyoreta— Pilar Bayer va esdevenir professora abans d'haver acabat la carrera.

Ella mateixa explica que va tenir el primer contacte amb la teoria de nombres el darrer curs de la llicenciatura, entre les vagues i les corredisses de l'època, en un curs en què l'objectiu era estudiar la traducció al francès del llibre de teoria de nombres de Borevich i Shafarevich; i que només van poder estudiar-ne la primera part, sense arribar a treballar ni en els mètodes locals ni en els analítics.

Allò que per a moltes persones hauria estat descoratjador o, si més no, no hauria tingut cap mena d'importància, per a ella va representar un repte. Un cop acabada la carrera, el 1968, va esdevenir professora de batxillerat, tal com ella havia volgut: al matí, a l'institut Juan Boscán, acabat d'inaugurar; i a la nit, a l'institut Maragall, on ella havia fet el batxillerat. I encara tenia temps, els migdies, de fer classes de matemàtiques del curs preuniversitari en una escola privada. Un any després va ser professora «ayudante de clases prácticas» a la Universitat de Barcelona (UB) —primerament a la zona universitària de Pedralbes i després al centre de la ciutat—, universitat de la qual seria professora no numerària fins al 1975. I l'any 1970 va ser contractada també com a professora a la Universitat Autònoma de Barcelona (UAB), aquesta a Bellaterra, en la qual treballaria, simultàniament a la de Barcelona durant un bon període, fins al 1977. Aquell mateix any 1970 es van convocar per primer cop les beques de Formació de Personal Investigador, per a un període de tres anys, d'acord amb la llei general d'educació acabada de promulgar. I la llicenciada Pilar Bayer fou de les primeres persones a obtenir-ne una.

En aquestes circumstàncies, ella i la Griselda Pascual, a qui havia retrobat també com a professora a la Universitat, van decidir continuar l'estudi de la teoria de nombres i, després d'acabar el text que havien començat a estudiar, es van dedicar, durant ben bé dos anys, al llibre de Serre *Corps locaux* i al d'Artin i Tate *Class Field Theory*. I a partir d'aquí, a fer la seva tesi doctoral; i, tot i que a la Pilar no li agrada que sigui dit, a dirigir simultàniament, *de facto*, la de la Griselda Pascual, a qui va cedir el tema que més agradava a totes dues. Aquesta és una primera mostra de generositat que vull lloar de la persona Pilar Bayer. Ella i la Griselda van llegir la tesi el mateix dia d'abril de 1975. Així esdevingueren les segona i tercera doctores en matemàtiques per la Universitat de Barcelona (primera i segona per la Facul-

tat de Matemàtiques), després que ho hagués estat quatre anys abans, amb una tesi en astronomia, la recordada Maria Assumpta Català i Poch (encara per la Facultat de Ciències). La Pilar Bayer presentà la tesi *Extensiones maximales de un cuerpo global en las que un divisor primo descompone completamente*, i la Griselda Pascual, *Contribución al estudio de las extensiones galoisianas de grupo diedral*.

Després de la tesi, la ja doctora Pilar Bayer va ser una de les primeres persones del nostre país que va anar a fer allò que avui és força habitual, però que era excepcional en aquella època: una estada postdoctoral de recerca. Va ser a la universitat alemanya de Regensburg, on va treballar amb el professor Jürgen Neukirch, amb el qual ja havia tingut contactes perquè l'havia assessorada puntualment durant la tesi doctoral; així, el professor Neukirch apareix com a ascendent seu en el *Mathematics Genealogy Project*, l'arbre genealògic de les matemàtiques, malgrat que oficialment no consti ni com a director ni com a codirector de la seva tesi doctoral. És just lloar de la senyora Pilar Bayer aquestes virtuts de saber reconèixer —i de fer-ho públicament— les persones pels seus actes generosos i de saber agrair-los-els.

En ocasió del lliurament de la medalla d'honor de la Xarxa Vives d'Universitats a la Dra. Pilar Bayer, acte que tingué lloc el juliol de 2015, i referint-se a l'homenatjada, Jordi Quer digué en la seva *laudatio*:

Pertany a la generació de científics pioners que, en un ambient mediocre i sòrdid, van començar a investigar, a viatjar a l'estranger per conèixer els millors experts i col·laborar amb ells, a publicar resultats en revistes especialitzades i explicar-los en congressos internacionals. Gràcies a persones com ella, la universitat i la recerca del nostre país van fer un salt endavant espectacular durant els anys 80 i 90 i els primers anys del segle actual, situant Catalunya en el mapa mundial de la recerca científica.

Les primeres publicacions de la Dra. Pilar Bayer en revistes de molta categoria i molt renom internacional tracten sobre valors de funcions zeta, sobre valors de funcions L , i sobre formes automorfes i teoria de Hodge, i daten d'aquesta època. Des del començament va entendre, i després ho va saber transmetre, que no es poden deslligar els mètodes algebraics de l'estudi de les funcions, perquè moltes de les propietats dels nombres algebraics es codifiquen molt bé en funcions amb bones propietats analítiques. Jo m'atreiria a dir que, si es pot parlar d'un fil conductor de la seva recerca i dels seus anhels de co-

neixement matemàtic, aquest és precisament la interacció entre l'àlgebra i l'estudi de funcions amb significat aritmètic.

No em vull estar de posar un exemple de la potència de la seva recerca i dels seus resultats originals. En el primer article escrit en col·laboració amb Jürgen Neukirch, hi construeixen una teoria amb la qual clarifiquen una conjectura de Lichtenbaum relativa a valors especials de la funció zeta d'un cos de nombres i li proporcionen un significat geomètric precís per analogia amb funcions de varietats sobre cossos finits. Aquest resultat fou utilitzat més endavant per Mazur i Wiles en un dels articles de més ressò de la darrera part del segle xx: la prova que aquests dos autors publicaren l'any 1984 de la conjectura principal de la teoria d'Iwasawa per a extensions abelianes del cos dels nombres racionals. I encara, trenta-sis anys més tard, i després de ser utilitzat per autors com Soulé (ja abans de Mazur i Wiles), Schneider, Milne, Étesse, Neukirch o Fontaine, ho ha estat per la matemàtica Rin Sugiyama en la prova d'una conjectura de Tate per a productes de varietats de Fermat sobre cossos finits.

Abans de complir quatre anys a Alemanya va obtenir, per oposició, una plaça a Santander com a professora agregada d'Àlgebra; i així que hi va arribar la van fer directora del Departament. Un any més tard, es traslladà a la Universitat Autònoma de Barcelona; i un any després, el 1982, accedí a la càtedra d'Àlgebra que, encara ara, ocupa a la Universitat de Barcelona.

Jo havia vist la professora Pilar Bayer durant una sola hora de classe el segon dia del primer curs de la llicenciatura en Matemàtiques —per a mi, el primer dia—, l'octubre de 1974. Llavors, ella era professora encarregada de curs. Però l'endemà vaig canviar de grup i ja no la vaig tornar a trobar més fins al desembre de 1982. Jo havia acabat la carrera i era ajudant de classes pràctiques al Departament d'Àlgebra i Fonaments; i la Dra. Pilar Bayer hi va arribar com a catedràtica i amb un fill de tres mesos que la seva mare li portava a la facultat i que l'obligava a acabar molt puntualment les classes del curs de doctorat que havia començat en aquell moment: «Teoria global de cossos de classes». Aquest és un altre fet que vull lloar de la Dra. Pilar Bayer: la seva disposició a donar-se als altres. A la facultat no hi havia gaires cursos de doctorat, i ella va considerar que calia contribuir a fer menor aquest dèficit, encara que a aquella hora el seu fill tingués gana.

A partir d'aquell curs ja no va manca a la facultat cap curs de doctorat en temes de teoria de nombres; i, al principi, impartits o organitzats per ella mateixa. Cadascun dels cursos tractava d'una temàtica diferent dels anteriors; per exemple, el curs següent, 1983-1984, la Dra. Pilar Bayer impartí el curs de doc-

torat «Formes automorfes i grups d'adeles». I això va continuar així fins que en els estudis de doctorat va esdevenir obligatori repetir els cursos tots els anys. Tot i això, els cursos de doctorat en teoria de nombres sempre van tenir molt èxit entre l'estudiantat perquè, entre altres coses i malgrat les cotilles imposades, no eren mai iguals a cap d'anterior. D'aquesta manera, la Dra. Pilar Bayer feia honor a la llibertat de càtedra, i la posava en pràctica en silenci, i decidia quins eren els continguts que calia explicar en cada moment i amb quins programes.

I aleshores, les primeres tesis doctorals. Mentre era a la Universitat Autònoma de Barcelona havia tingut com a estudiants de darrers cursos, entre d'altres, la Núria Vila i l'Enric Nart; i en aquell moment hi havia a la UAB un professor especialista en teoria de nombres, el Dr. Pascual Llorente. La Dra. Pilar Bayer es va encarregar de dirigir la tesi doctoral de la Núria Vila, mentre que el Dr. Llorente dirigia la de l'Enric Nart. Però la cooperació entre totes quatre persones va ser continuada, tal com ho demostren algunes publicacions de l'època escrites en diverses col·laboracions. La Núria Vila va defensar la tesi el juny de 1983 a la UAB.

La tesi doctoral de l'Àngela Arenas sorgí d'un problema aritmètic algebraic, que la solució demostrà de caire més analític, sobre quins són els valors exactes d'un paràmetre als quals poden aplicar-se uns resultats concrets de la tesi de la Núria Vila. La realització de la tesi doctoral de l'Àngela Arenas no fou exempta de moltes hores d'alegria, que sovint esclataven en rialles que també vivíem aquells que ocupàvem el despatx que només separa un envà del despatx de la Pilar. L'Àngela Arenas defensà la tesi el maig de 1985 i esdevingué oficialment la segona alumna de doctorat de la Dra. Pilar Bayer.

La tesi de la Núria Vila, primer, i la de l'Àngela Arenas, després, havien estat motiu de contactes molt profunds amb el professor Jean-Pierre Serre; en aquell moment, essencialment sobre el problema invers de la teoria de Galois. De fet, el professor Serre publicà un dels seus articles de més ressò com a resposta a una pregunta que li formulà la Dra. Bayer. Aquesta resposta, segons escriu la mateixa Dra. Bayer en la *Laudatio* que li dedicà en fer-li de padrina en el conferiment del doctorat *honoris causa* per la UB, el novembre de 2005, «donà per a tres tesis». I aquest contacte amb el professor Serre es mantindria en els anys posteriors sobre altres temes i projectes. I és sobre l'estudi profund de certs problemes d'immersió, en el context del problema invers de la teoria de Galois, que tractà la tesi de la Teresa Crespo, que la Dra. Pilar Bayer dirigí a continuació.

Aquelles persones que em coneixeu sabeu que sóc força tossut i que, sovint, costa molt fer-me canviar d'idea o fer-me veure que estic equivocat. A mi també em va dirigir la tesi la Dra. Pilar Bayer. I ho va fer simultàniament a la direcció de la tesi de la Teresa Crespo. Alguns dies després que jo li demanés si em volia dirigir la tesi, ens vam trobar i, en comptes de deixar que parlés ella, jo li vaig presentar el problema que pretenia treballar i que, naturalment, no era el problema que ella havia pensat per a mi. Després de deixar-me parlar, i fins i tot d'encoratjar-me a fer-ho, em va plantejar l'altre problema; però jo em vaig entossudir en el meu. I ella, amb moltíssima generositat, em va dirigir la tesi sobre el problema que jo volia. La Teresa Crespo i jo vam defensar la tesi el mateix dia de febrer de 1988, tal com havien fet ella i la Griselda Pascual gairebé tretze anys abans. La tesi de la Teresa Crespo fou guardonada amb el Premi Extraordinari de Doctorat de la Facultat de Matemàtiques.

La disposició de la Pilar Bayer a treballar per als altres és un altre aspecte lloable de la seva trajectòria. Ja en la seva etapa a Alemanya, havia començat amb una força molt gran i amb col·laboracions amb matemàtics de molt renom: Jürgen Neukirch, primer, o Gerhard Frey, després, per exemple. I sense pensar només en el seu *curriculum vitae* i maldar per a fer-se un lloc preeminent en la comunitat matemàtica internacional —lloc que, sense cap discussió possible, ha assolit—, va decidir servir els altres. Algú li va dir, més o menys, «a veure si poses ordre en aquell departament i aconsegueixes que es faci una mica més de recerca». I ella va sentir que podia intentar servir la Universitat del nostre país. I l'hi va donar un fort impuls, sense que això li comportés haver de renunciar a cap de les col·laboracions estretes i profundes, que va poder mantenir. També li vull reconèixer públicament i agrair aquesta generositat. La professora Pilar Bayer s'ha lliurat a la Universitat, en el sentit literal del terme *universitat*.

Després que el curs 1985-1986 hagués cedit el protagonisme dels cursos de doctorat als doctors Llorente i Nart, que feren cursos sobre «Algoritmos en teoría de números» i «Aritmética de les corbes el·líptiques», respectivament, va arribar l'hora de fer un pas important. A casa nostra cada cop hi havia més persones interessades en la teoria de nombres (endevineu per què, oi?). Així va començar a formar-se el Seminari de Teoria de Nombres. La primera edició formal del Seminari tingué lloc el curs 1986-1987 i es tractà el tema «Punts algebraics de corbes algebraiques». Simultàniament a la programació i la direcció del Seminari, la Dra. Pilar Bayer impartí un curs de doctorat so-

bre «Representacions d'Artin i corbes el·líptiques», i les exposicions finals dels estudiants foren incorporades com a part final del Seminari. Aquest fet va resultar cabdal per al futur, perquè va incorporar una part dels cursos de doctorat com a part del Seminari de Teoria de Nombres i va mantenir aquest en funcionament durant els primers anys, ja que va fer augmentar el nombre de persones que assistien a les seves sessions.

Fou en aquest Seminari i en aquest curs de doctorat on es forjaren les bases que durien a les tesis doctorals del Joan Carles Lario, del Josep González-Rovira i de l'Anna Rio, els temes de les quals se situen entorn de les representacions galoisianes obtingudes a partir d'objectes aritmeticogeomètrics, com s'havia tractat en el Seminari. El Joan Carles Lario va defensar la seva tesi el setembre de 1991, el Josep González-Rovira presentà la seva el desembre de 1993, i la defensà poques setmanes després, i l'Anna Rio la presentà el desembre de 1995, i també la defensà poques setmanes més tard.

Després d'aquella primera edició formal del Seminari de Teoria de Nombres, la seva tasca ja no es va aturar. Temes com «Corbes modulars i ideal d'Eisenstein», el curs 1988-1989, o «Estructures galoisianes de Hodge-Tate», el 1989-1990, serviren de preludi perquè el curs 1990-1991 la Dra. Pilar Bayer «ens posés a tots a treballar a la màquina». En efecte, s'inventà un tema, «Corbes modulars (algoritmes i taules)», l'objectiu del qual era que totes les persones del Seminari, des de les més joves fins a les que ja no ho eren tant, i tant si tenien com si no tenien experiència en l'ús dels ordinadors, ens poséssim a fer càlculs explícits amb els computadors. I d'aquí va néixer la primera publicació del Seminari: un llibre que conté els càlculs realitzats per més d'una vintena de persones sobre diversos aspectes de les corbes modulars. Aquest llibre va ser un punt de partida per a moltes de les recerques que es farien en anys posteriors i que serien útils per a la realització d'altres tesis, dirigides per ella mateixa o per altres doctors del Seminari; es publicà l'any 1992, i ha estat citat, per exemple, pel mateix professor Jean-Pierre Serre.

El ressò del Seminari aviat va traspasar fronteres, i el 1989 ja es parlava en els ambients europeus de teoria de nombres que havia de ser a Barcelona on s'organitzessin les *Journées Arithmétiques* de 1991. Aquest congrés, de periodicitat biennal, té lloc alternativament en una ciutat francesa i una altra d'europea fora de França. Potser per un malentès per la coincidència del cognom de la persona que van cridar per a encarregar-li l'organització de les *Journées* de 1991, o per alguna altra raó, aquestes les va organitzar la professora Eva Bayer, a Ginebra, i no pas la professora Pilar Bayer, a Barcelona. I en les

Journées de Bordeus de 1993 es decidí que fos la professora Pilar Bayer qui organitzés, el 1995, a Barcelona, les *XIX Journées Arithmétiques*.

Mentrestant, el Seminari del curs 1991-1992, «Superfícies aritmètiques», fou el punt de partida per a una altra de les tesis doctorals dirigides per la Dra. Pilar Bayer; la tesi del Jordi Guàrdia, que fou defensada el gener de 1998. La direcció seria, doncs, simultània durant un període llarg de temps amb l'organització de les Jornades Aritmètiques de Barcelona i les tasques posteriors de preparació i edició de les actes.

El curs 1992-1993 representà un punt d'inflexió per al Seminari de Teoria de Nombres. La quantitat de persones que hi participava ja era prou gran i els interessos eren més diversos. Es va decidir que es programarien dos temes en lloc d'un de sol, com s'havia fet fins aleshores. La Dra. Pilar Bayer es va encarregar de programar i preparar el tema «Representacions de Galois de dimensió 2», mentre que el Dr. Enric Nart ho va fer amb un tema sobre «Moviments de Chow».

El curs 1993-1994, amb la feina inicial de preparació de les Jornades Aritmètiques de 1995, es van fer menys sessions de Seminari però aquestes van ser molt intenses, com es veu clarament pel tema: «Preliminars al teorema de Fermat-Wiles». Algú va dir, en acabar el curs, que de les 300 persones que, aproximadament, hi podia haver en tot el món capaces de llegir completament la demostració de Wiles del teorema de Fermat, 30 eren a Barcelona. I segurament no s'equivocava en el 30 (tot i que potser era una mica pessimista en el 300).

El curs 1994-1995, tot i la important feina d'organització de les Jornades, que ocupà més de la meitat de les sessions, el Seminari no es va deixar de fer i la Dra. Pilar Bayer va programar els diversos temes sobre «Aritmètica de cossos de nombres» que es van estudiar i treballar en aquell curs.

El curs 1995-1996 va ser de renovació per al Seminari. La Dra. Pilar Bayer, juntament amb la Dra. Teresa Crespo, s'havia de dedicar a l'edició de les actes de les Jornades Aritmètiques, i va deixar a mans del Jordi Quer, el Joan Carles Lario i l'Anna Rio l'organització del Seminari d'aquell curs, que consistí a revisar en detall la prova de la modularitat d'algunes corbes el·líptiques concretes, de manera que va ser com el curs dels problemes del Seminari sobre el teorema de Fermat-Wiles. Aquell també va ser el primer Seminari les sessions del qual no van tenir lloc íntegrament a les instal·lacions de la Universitat de Barcelona. La Dra. Bayer havia aconseguit obrir les portes del Seminari sense que, en aquell moment, gairebé ningú no se n'adonés.