

Simetria

Un passeig
interdisciplinari

Miquel Àngel Cuevas Diarte



UBe

ÍNDEX

11	Pròleg
15	Introducció
23	La simetria en els cristalls
29	Els poliedres al llarg del temps
47	Ordre i empaquetament
57	Grups de simetria
61	Simetria i paraules
67	Simetria i música
73	Simetria i art
79	Simetria i arquitectura
87	Simetria i ornamentació
95	Simetria i natura
107	Dreta i esquerra
121	Simetria i punt final
125	Referències bibliogràfiques



PRÒLEG

Quan dius a algú que ets cristal·lògraf, invariablement s'esdevé un silenci. A continuació, l'interlocutor sol triar entre dues opcions. La primera, no dir res per no ficar-se de peus a la galleda. La segona, intentar alguna aproximació. Imagineu-vos la quantitat de coses que he sentit, de vegades divertides i d'altres no tant. De vegades et trobes amb persones, ja no són tan joves, que a escola o a l'institut havien tingut un mestre que els parlava dels eixos de simetria i dels sistemes cristal·logràfics. Llavors t'adones que un cert rictus de record se'ls dibuixa al rostre, i tot seguit et miren amb posat d'avorriment. Si et deixen explicar una mica, per bé que no sóc de parlar gaire, la cosa canvia. Pots començar per la xocolata o el diamant, els minerals en general o les gemmes, continuar amb els fàrmacs, el silici i les cèl·lules fotovoltaïques, l'ordre i l'interès tecnològic pels defectes, l'ADN i tot el ventall de macromolècules que avui són el centre d'atenció en molts sectors, etc. Veus que els ulls s'illuminen i en aquest cas acostumes a sentir: «Que interessant!».

D'entrada, però, molta gent pensa que el meu temps, a part del que concentro en les classes, el dedico a buscar eixos de simetria, plans de reflexió i altres operacions de simetria. Si et deixen continuar explicant, els pots parlar de nous materials per a l'emma-

gatzemament d'energia amb aplicacions en el transport de begudes, d'elements biomèdics com la sang, etc. De la importància de la cristal·lografia en els aliments, amb aplicacions en la millora de la xocolata i també quan es tracta de reconèixer si un pernil prové d'un porc que tan sols ha menjat gla o pinso, etc. De la necessitat de fer ciència bàsica per poder desenvolupar nous materials per a l'energia solar, etc. De com és apassionant la recerca, encara que s'hagi de fer amb pocs mitjans. Veus com els ulls es tornen a il·luminar, i acostumen a dir: «Que interessant!». Al cap d'una estona els pots explicar que fer recerca també vol dir buscar recursos, gestionar un equip, haver d'enfrontar-se a problemes de contractació, d'equipament, d'avaluació contínua, etc. Ja no és tan engrescador, però és necessari.

Però centrem-nos: la simetria... on és? Doncs és a la base de tot. Per poder fer una recerca científica i una docència de qualitat és indispensable tenir una bona base. I la simetria, per a nosaltres, forma part d'aquesta base conceptual.

12 Personalment, quan vaig anar a fer la tesi doctoral a Bordeus vaig tenir sort: hi vaig trobar un seguit de persones que, a més de ser uns científics molts competents del quals vaig aprendre molt, eren i són unes persones amb qui em vaig avenir força i amb qui vaig crear lligams d'amistat que encara perduren. Amb un d'ells, en Louis Bonpunt, vam començar a parlar de temes científics i de tota mena. Un tema que ha estat d'interès comú des del principi és el de la simetria. Durant la jornada laboral ell es dedicava a la difusió en l'estat sòlid i jo als aliatges moleculars. Buscàvem informació històrica —ell més que jo— de la importància de la simetria en el desenvolupament de la cristal·lografia, de les implicacions de la simetria en altres ciències i en l'art, la música, etc. Gràcies, Louis! Així va començar un «passeig» per la simetria que ara voldria compartir amb vosaltres.

La idea d'aquest llibre va sorgir d'una conferència que vaig fer a la Facultat, i que després he repetit en ocasions i àmbits diferents. Vaig

recopilar material que havia anat aplegant, el vaig ampliar i el vaig exposar en públic. La qüestió és que em sentia bé parlant d'aquest tema i que, si no m'equivoco i no peco de fatxenda, el públic també passava una bona estona. Això em va fer reflexionar, i d'altra banda amb alguns amics vam comentar la possibilitat de transformar aquella conferència en un llibre adreçat a un públic ampli, és a dir, la possibilitat de fer un text de divulgació científica sobre la simetria. El problema és que s'ha escrit molt sobre aquest tema, i molt bé. Era difícil fer una cosa diferent i original. Espero haver-ho aconseguit.

Moltes persones m'han ajudat en aquest repte. A totes elles, moltes gràcies. A part de Louis Bonpunt, de qui podríem dir que mig llibre és seu, en primer lloc a David Bueno, que va acollir la idea immediatament i que com a director d'una de les col·leccions de Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona ha fet que es materialitzés. He mantingut converses molt profitoses amb Santiago Álvarez (químic) i Luis Navarro (físic), que m'han ajudat molt a trobar els temes i els enfocaments més adients. Joan Jofre i Mercè Durfort (biòlegs) han revisat el llibre i han contribuït en alguna de les parts. A Juan Manuel García Ruíz i Maribel Arriortua, per la seva opinió des del punt de vista de dos excel·lents cristal·lògrafs. Al meu amic Pau Pérez, que hi ha contribuït des del món de l'arquitectura. A Mercedes Aguilar, per l'ajut en la posada en forma. A la resta de l'equip de recerca, per suportar les meves dèries un dia sí i l'altre també. A Anna Cuatrecasas per revisar la part gramatical. Als meus amics Carles, Esteve, Elisa, Àngels i Albert per la seva lectura crítica. Al meu fill Marc, que m'ha ajudat en la part musical de costat amb J. Llombart, i que, juntament amb la meua filla Anna, han fet de conillet d'índies com a lectors anònims. A tots i totes, ben sincerament, moltes gràcies. Disposar de tot aquest teixit d'excel·lents amics i científics és un luxe.

El llibre neix en una data especial. L'any 2014 ha estat declarat per les Nacions Unides l'Any Internacional de la Cristal·lografia. És

un motiu addicional i és també una petita i humil contribució per donar a conèixer la cristal·lografia: una ciència completament interdisciplinària, a la frontera de molts camps científics i indispensable en moltes aplicacions.

Barcelona, abril del 2015

INTRODUCCIÓ

La simetria és un concepte dels que podem denominar interdisciplinaris per excel·lència; el nostre món quotidià n'és ple. La simetria és consubstancial als cristalls, però també és present en animals i plantes, a escala macroscòpica i microscòpica, en l'univers i en les molècules químiques i en les partícules elementals. En matemàtiques és una eina indispensable. Però el seu abast no es limita a les ciències naturals. Trobem simetria en l'arquitectura, l'art, les paraules, la música, l'ornamentació, la neurologia i tants altres llocs. La simetria es pot abordar des de molts punts de vista. És un concepte que, per utilitzar un terme a la moda, podem considerar «polièdric», i amb més raó en aquest cas.

És evident que resulta impossible abordar aquest tema des de tots aquests punts de vista d'una manera raonablement assequible. Per tant, ja us avanço que no serem exhaustius. Tractarem de donar unes quantes pinzellades sobre diversos punts que poden servir per agafar una idea de conjunt, fer-nos reflexionar en alguns casos, fer-nos somriure en d'altres, i sobretot incitar-nos a saber més. D'aquí el subtítol: un passeig interdisciplinari. Ajudarem el lector a fer un «passeig» per diferents aspectes i conceptes científics relacionats amb la simetria. Malauradament, en quedaran

fora molts altres d'igual interès. Quedaran per a una altra ocasió... o potser per a un altre autor.

En aquest recorregut farem servir moltes imatges, algunes de pròpies i la majoria d'innombrables autors de moltes disciplines. A tots ells moltes gràcies. Tractarem de ser fidels i en farem constar l'origen.

Tothom té una idea més o menys intuïtiva de la simetria, però en alguns casos no en som plenament conscients. Per exemple, si ens desplacem en metro per una gran ciutat com és Barcelona (figura 1), la primera percepció al moment d'entrar en un vagó és que tot està ordenat: els seients, les barres per agafar-s'hi, les finestres, etc. Tot s'hi ha distribuït simètricament. Excepte les persones. Nosaltres introduïm un desordre. Introduïm diversitat, per sort.



Figura 1. Imatge d'un vagó de metro (fotografia de M. À. Cuevas).

Però si volem parlar de simetria, primer l'haurem de definir. Què entenem per simetria? A què ens referim? Anem a les fonts. I una bona font per trobar una definició és el diccionari. El de Pompeu Fabra ens ofereix la següent:

Simetria: Proporció deguda de les diferents parts d'un tot les unes amb les altres; correspondència regular de posició, forma i dimensions de les parts d'un cos, d'una figura plana, a l'un i a l'altre costat d'un pla transversal (simetria bilateral); arranjament regular de les parts similars d'un cos al voltant d'un eix (simetria radial).

Doncs ja tenim una definició, i molt ben dita. Els especialistes hi podrien afegir algunes coses, sens dubte. Però és un bon punt de partida.

De fet, la paraula simetria, que prové del terme grec *symmetros*, de *sym* 'la mateixa' i *metros* 'mesura', per a moltes persones vol dir més: proporció, equilibri, ordre, harmonia, bellesa. Sí, aquest tema és així: complex i ric.

Tots nosaltres tenim una idea quotidiana de la simetria a través del mirall: la simetria de reflexió. Quan ens llevem i anem al lavabo, ens veiem reflectits al mirall. Veiem la nostra imatge fidel i simètrica, una imatge que està exactament a la mateixa distància a l'altre costat del mirall. Ens agrada més o menys, però som nosaltres. Resulta fascinant un gest tan habitual i resulta fascinant també per a molts altres animals, però la reacció davant del mirall és molt diferent segons els casos. Un lloro, per exemple, queda fascinat però pensa que es tracta d'un altre lloro. Un gos o un gat deixa de mostrar interès quan comprèn que la imatge no és real. Un ximpanzé segurament s'espantarà d'entrada, però de seguida entendrà que la imatge no és real, intentarà comprendre-la i mirarà de jugar-hi. Una persona, s'hi veu reflectida. Com diu M. Gardner en el seu meravellós llibre de divulgació *The Ambidextrous Universe* (L'univers ambidextre), quan et mires en un mirall et trobes amb una imatge perfecta de tu mateix al davant. I si t'hi fixes més, comences a descobrir-hi la dissimetria. Per bé que les persones, com molts animals i plantes, ens caracteritza una simetria bilateral, tot-hom té una cella una mica més alta que l'altra o una piga en un costat que no existeix en l'altre. Com es pot veure en la figura 2, el rostre de la Marilyn Monroe es pot reconstruir a partir de la

part dreta o de la part esquerra, i tindrem un rostre completament simètric. Heu observat el resultat amb atenció? Entre nosaltres, jo em quedo l'original, amb la dissimetria inclosa.



Figura 2. Imatge de Marilyn Monroe: original (al centre); construïda a partir de la meitat esquerra (a l'esquerra), i construïda a partir de la meitat dreta (a la dreta) (reconstrucció informàtica a partir d'una fotografia de Marilyn Monroe realitzada per M. Aguilar i M. À. Cuevas).

Gardner remarca que totes les particularitats s'inverteixen en el doble del mirall. Aquesta inversió s'aplica també a l'habitació i a tots els objectes que conté. No tots. La majoria. Però un rellotge, per exemple, ens dona una imatge modificada en el mirall. En lloc d'anar creixent en el sentit de les agulles del rellotge, les xifres van en el sentit invers. Si us agrada el cinema i la novel·la negra, recordareu que aquest fet ha estat utilitzat per descobrir algun misteri que s'havia creat a partir d'una mala interpretació de l'hora pel fet que s'havien vist les busques d'un rellotge reflectit en un mirall. És el mateix que passa quan posem un llibre davant del mirall. Què veiem? Doncs que les lletres van en sentit invers. Les paraules, les veiem escrites de dreta a esquerra i són difícils de llegir. Leonardo da Vinci, a més de ser esquerrà, era molt gelós de les seves aportacions i per tal de salvaguardar-les dels intrusos escrivia els seus quaderns de dreta a esquerra, i signava també de dreta a esquerra. Un mirall restitueix en aquests casos l'escriptura original (figura 3).



Figura 3. Signatura de Leonardo da Vinci (a l'esquerra), i la seva imatge en un mirall (a la dreta) (www.liutprand.it).

En l'obra de Lewis Carroll *A través de l'espill*, l'Àlicia agafa un llibre al saló un cop traspassat el mirall, i per poder-ne llegir el text en restitueix l'aparença original per reflexió. És aleshores que diu: «És, ben segur, un llibre del Mirall. Si el poso davant d'un mirall, les paraules es tornaran del dret». És ben natural, direu. Gardner es demana: i per què un mirall inverteix tan sols la dreta i l'esquerra i no ho fa igualment amb la part de dalt i la part de baix? Si el mirall és capaç de fer la transposició entre el costat dret i el costat esquerre del nostre cos, per què no ens inverteix igualment el cap i els peus? Pregunteu-ho als vostres amics. Veureu que expressen perplexitat i que dubten abans de respondre. Sense entrar en més detalls, que deixem per als especialistes, el mirall no marca cap preferència entre dreta i esquerra respecte de dalt i baix. «Inverteix» l'estructura d'una figura punt per punt segons l'eix perpendicular. Com que les persones estem caracteritzades per una simetria bilateral, ens és còmode considerar aquesta inversió com una inversió dreta-esquerra. Però tan sols és una manera de parlar. De fet, el mirall inverteix el davant pel darrere. I amb això acabem la referència a Gardner.

Aquesta simetria de reflexió, la trobem en moltes situacions diferents. Per exemple, les ambulàncies porten el nom escrit a l'inrevés —paraula que ha donat nom a una coneguda novel·la del mestre de la comunicació Joaquim Maria Puyal, *Aicnàlubma*— per tal que quan la veiem reflectida en el mirall del retrovisor del cotxe el mot se'ns reconstrueixi de manera compren-

sible immediatament. Podríem donar una infinitat d'exemples. També en el cinema s'ha jugat en múltiples ocasions amb la simetria del mirall, com per exemple en una coneguda escena de *La dama de Xangai* del genial Orson Welles (figura 4). En alguns casos, el mirall ha ajudat a la resolució d'un cas d'assassinat. I en la majoria de parcs d'atraccions, com en el del Tibidabo, podeu jugar amb la vostra imatge reflectida en una sala de miralls.



Figura 4. Joc de miralls a *La dama de Xangai*, d'Orson Welles.

La reflexió és una operació de simetria que relaciona punts, àtoms, objectes... que direm que són equivalents en l'espai. El mirall és un pla de simetria o pla de reflexió en el qual els elements reflectits són equidistants. Però hi ha més operacions de simetria: la simetria de rotació, la simetria d'inversió, la de translació, etc. No ens entretindrem aquí en cadascuna d'elles, però les anirem utilitzant.

Deixeu-me dir-vos tan sols una curiositat que és més important del que sembla: si mireu la vostra mà dreta i la gireu al voltant d'un eix, no importa amb quin angle de rotació, què obteniu com a figura simètrica equivalent? Sempre obtindreu mans dretes, oi? En canvi, si reflectiu la mà dreta en un mirall, què obteniu? Doncs una mà esquerra. Sorprenent. D'això, en parlarem més endavant.