

nou**biaix**

Revista de la FEEMCAT i de la SCM • Desembre 2014





sumari

.....

Consell de Redacció:
Manel Sol / Josep Lluís Solé (coords.)
Marianna Bosch
Joan Carles Ferrer
Joan Miralles
Josep Pla
Romà Pujol
Manuel Udina

Juanjo Cárdenas
(responsable pàgina web)

© dels autors dels articles

Coediten:

Federació d'Entitats per a l'Ensenyament
de les Matemàtiques (FEEMCAT)
Campus de Montilivi, edifici P-IV
17071 Girona
feemcat.org

Societat Catalana de Matemàtiques (SCM)
filial de l'Institut d'Estudis Catalans
Carme, 47
08001 Barcelona
scm.iec.cat
noubiaix@gmail.com
sites.google.com/site/noubiaix



Periodicitat: semestral
Preu d'exemplar ordinari: 12 €
Nombre d'exemplars: 1.700

Fotografia de la coberta:
On, discretament, prega Gauss
Marta Adán Gómez
Oak House School de Barcelona
Concurs del curs 2013-2014
Fotografia guanyadora
Categoria de professor

ISSN: 2014-2021
Dipòsit legal: B-22.314-2012

Impressió: Gráficas Rey

Publicacions i Edicions
de la Universitat de Barcelona
Adolf Florensa, s/n
08028 Barcelona
Tel.: 934 035 430
Fax: 934 035 531
comercial.edicions@ub.edu
www.publicacions.ub.edu

3 Editorial

articles

6 Gauss i el polígon de 17 costats
Agustí Reventós

39 A classe... amb corbata!
Pedro Cobo Lozano

52 Parlar i enraonar per aprendre matemàtiques
a educació infantil
Montserrat Torra Bitlloch

68 Descobrir i mostrar matemàtiques amb fotografies
Roser Codina Pascual i Carme Burgués Flamarich

79 El teorema de l'Empordà (de F. Macau) vist amb
el GeoGebra
Lluís Sabater Anticó

87 Joan Vinyoli i la recerca del cercle convincent
Pep Solà

90 Matemàtiques amb eines digitals
Lluís Mora Cañellas

109 cròniques

seccions

122 Per pensar d'un minut a una hora
Jordi Deulofeu

126 Construint matemàtiques
Anton Aubanell

131 El racó del MMACA
Josep Rey i Manuel Udina

138 El racó del *Cesire-Creamat*

Matemàtiques amb eines digitals

Lluís Mora Cañellas

Cesire-Creamat

Departament de Didàctica de les Matemàtiques

Universitat de Barcelona

Resum

Abans d'utilitzar les eines digitals per tal de treballar les matemàtiques, o qualsevol altra assignatura, hem de decidir quines matemàtiques volem treballar. Però aquesta decisió ha d'anar acompanyada de la selecció de la metodologia que utilitzarem per treballar-les a l'aula. Amb els continguts i la metodologia no n'hi ha prou, hem de tenir en compte un tercer element: l'avaluació d'aquests continguts. Un cop establerts aquests elements previs podrem decidir la utilització de les eines digitals que considerem necessàries per a desenvolupar el treball que volem realitzar. En l'article mostrarem, fruit del treball com a professor en un institut, que aquestes eines es poden classificar de dues maneres: a) eines útils per a desenvolupar el treball matemàtic, i b) eines útils per a contenir les activitats matemàtiques que hem desenvolupat. Finalitzarem l'article mostrant una activitat realitzada en una classe de 3r d'ESO de l'IES Llavaneres que intenta conjugar tots els elements mostrats anteriorment.

Abstract

Before using digital tools in the math classroom we must decide what kind of math we want to teach. This decision must be accompanied by the choice of what classroom methodology we have to use in this task. But content and methodology is not enough, we have to consider a third element: the students assessment related with the kind of math and his methodology. Once these elements are determined we have to choose the digital tools that we consider necessary to carry out. As a teacher and a researcher, the paper shows that these tools can be classified in two ways: a) tools to develop the mathematical work, and b) useful tools to contain the mathematical activities. At the end the article, we show an activity performed in 3rd ESO math classroom at the INS Llavaneres, where we trying to combine some of the elements listed above.

1. Introducció

En les classes de matemàtiques sempre s'han pogut utilitzar els mitjans tecnològics: àbacs, regles de càlcul, calculadores, ...un cordill i un pal per dibuixar a terra. En els darrers anys, aquests mitjans tecnològics s'han anat desenvolupant exponencialment amb els ordinadors, de manera que moltes de les «antigues» eines tecnològiques han trobat el seu equivalent digital instal·lat en els ordinadors o en els telèfons digitals que pràcticament tothom té al seu abast. És clar, doncs, que quan parlem de noves tecnologies ens estem referint a tecnologies digitals, o «numèriques», com diuen els francesos, definició que personalment prefereixo atès que representa millor el tipus de tecnologia al qual ens estem referint.

Aquest ús massiu de les eines digitals ha de comportar canvis en el funcionament de les aules i en els materials amb què hauran de treballar els nostres alumnes. Mitra (1999) mostra que la introducció d'ordinadors pot fer que els estudiants puguin ser els qui condueixin l'adquisició dels seus aprenentatges. Leadbeater i Wong (2010) ens mostren que el treball amb ordinadors pot induir l'aprenent a treballar de manera més creativa i col·laborativa, i portar, per tant, a un ensenyament més personalitzat.

Però penso, com Adell (2011), que allò realment important no és la tecnologia, sinó el que els nostres estudiants poden fer amb ella. El cordill i el pal eren importants, atès que el dibuix d'un cercle, o d'una el·lipse, era útil per algun propòsit previ. Primer hi ha una idea i les eines ens han de permetre assolir-la; dit d'una altra manera, les eines han d'estar al servei del que volem fer. No podem oblidar, com ens recorda Bates (2014), que la tecnologia no és neutral; per la qual cosa no l'hem de posar davant de les idees. Els mitjans no han de ser més importants que les tasques a realitzar i les competències a assolir. Allò important seran les tasques que els estudiants desenvolupin.

A partir d'aquestes idees parlarem primer de la formació matemàtica que hauríem de donar als nostres estudiants. En aquest bloc, tindrem en compte tres aspectes: primer de tot, els continguts matemàtics que cal treballar; en segon lloc, la manera com hem de treballar aquests continguts a les nostres aules, i per finalitzar aquest primer apartat, com avaluarem aquest treball matemàtic que hem desenvolupat.

Un cop establert aquest punt de partida, ens cal decidir quines són les eines digitals que utilitzarem per tal de fer el nostre treball. I sempre tenint present que han de ser eines que ens ajudin a treballar els continguts matemàtics amb la metodologia proposada i a fer-ne l'avaluació, amb l'objectiu que els estudiants assoleixin la competència matemàtica. En aquest sentit, entenem que podem classificar les eines digitals en dos tipus: a) Eines que donaran suport als continguts, i b) Eines que donaran suport a l'organització de les tasques i els continguts.

2. Formació matemàtica

Seguint les idees exposades en l'apartat anterior, el primer que hem de fer és plantejar-nos quina formació matemàtica (general) volem donar als nostres estudiants. Aquí haurem de tenir en compte tant els continguts com la metodologia i l'avaluació.

2.1. Quines matemàtiques?

La tesi de l'article és que s'han d'ensenyar els continguts matemàtics a través de la resolució de problemes. I aquest procés no ha d'estar subordinat als continguts que es treballin. Seguint la línia indicada per Santaló quan diu:

Ensenyar matemàtiques ha de ser equivalent a ensenyar a resoldre problemes.
Estudiar matemàtiques no ha de ser res més que pensar en la solució de problemes.

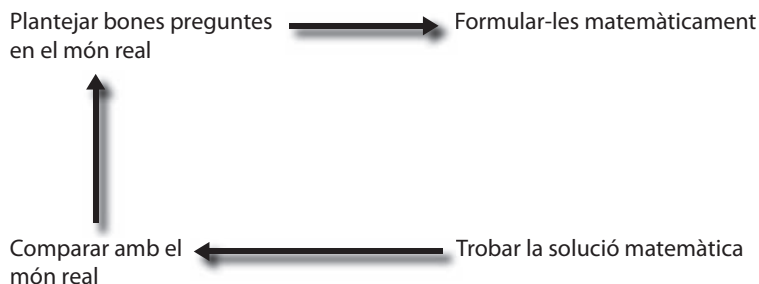
O el que ens diu John Mason:

Volem que els nostres estudiants tinguin prou confiança i capacitat per reproduir problemes antics i, sobretot, per treballar amb nous problemes.

O el que ens diu Halmos (1980):

La matemàtica segurament no existiria sense tots aquests ingredients (axiomes, teoremes, postulats, conceptes, definicions, teories, fórmules, mètodes); tots són essencials. Però cap d'ells és el cor de la disciplina, ja que la principal raó d'existir d'un matemàtic és resoldre problemes i, per tant, en el que realment consisteix la matemàtica és en [plantejar] problemes i [trobar les seves] solucions (p. 519).

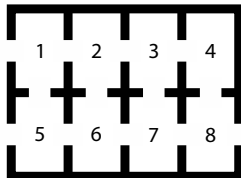
Tenim moltes referències sobre el que entenem per problemes i la seva resolució; podem anar al NCTM, mirar el currículum català del 2007 tant de primària com de secundària, però es pot entendre que un problema va lligat a una situació que ens porta a enfrontar-nos a un nou repte, situat en un context i per al qual no disposem d'una resposta immediata i estàndard. Per tant, aquest procés ens requerirà entendre la informació rebuda, reflexionar-hi, prendre decisions, dissenyar estratègies i comunicar els resultats. Una altra referència a tenir en compte és la de Wolfram (2010) en la conferència que va fer a TED, «Teaching kids real math with computers», on relaciona clarament (esquema 1) què vol dir fer matemàtiques amb el procés de resolució de problemes.



Esquema 1. Què representa fer matemàtiques.

Poden ser exemples de problemes les situacions següents a diferents nivells educatius.

Un elefant ha d'entrar i sortir d'un laberint. Al seu interior hi ha moltes habitacions. Dins de les habitacions hi ha plàtans (el número que hi ha a cada habitació representa el nombre de plàtans que hi ha a l'habitació). Cada vegada que passa per una habitació recull els plàtans que troba. No pot passar per les habitacions més d'una vegada. Amb quants plàtans pot sortir?



O, per exemple, l'activitat següent proposada al concurs +MATES l'any 2010:

Sumes curioses (+Mates 10)

Observeu les sumes següents.

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 1 - 4 &= -(1 + 2) \\ 1 - 4 + 9 &= 1 + 2 + 3 \\ 1 - 4 + 9 - 16 &= -(1 + 2 + 3 + 4) \end{aligned}$$

Podeu escriure la regla general? Com la podeu justificar?

És important assenyalar que un treball matemàtic d'aquesta mena afavoreix l'assoliment per part dels estudiants dels processos que s'intenten potenciar amb l'actual currículum. Aquests processos són: resolució de problemes, raonament i prova, comunicació i representació i connexions. En els documents editats pel Departament d'Ensenyament (2013), «Competències bàsiques en l'àmbit matemàtic», tant pel que fa a primària com a secundària, això es mostra clarament.

Si analitzem el currículum actual, veurem que està clarament orientat a processos, en front de currículums anteriors més orientats a objectius. En la taula següent en podem veure clarament les diferències entre els dos tipus de currículum.

Orientat a processos	Orientat a objectius
Els objectius són flexibles.	Objectius generals formulats amb precisió.
Model de descobriment. Mètode científic.	Es transmeten fonamentalment idees al voltant de tècniques.
Participació activa de professors i estudiants.	Activitats tancades i repetitives.
Es valora el procés d'adquisició de coneixements.	Importància de les destreses.
	Produir resultats de coneixement quantificables i normalitzables.

El tipus de treball que es pot desenvolupar en un currículum guiat per objectius s'orienta a la transmissió de coneixements i al treball d'habilitats enfront del treball enfocat a la resolució de problemes, o a la indagació que permet l'orientat a processos. Aquesta diferència, Flowers (2012), és la mateixa que la que hi ha entre instrucció (objectius) i educació (processos).

I believe that education and training are different. To me, training is an essential commodity that will certainly be outsourced to digital systems and be dramatically improved in the process. Education is much more subtle and complex and is likely to be accomplished through mentorship or apprentice-like interactions between a learner and an expert.

2.2. Com volem treballar-les?

La resolució de problemes és la base del treball matemàtic que volem desenvolupar, però val a dir que, amb lleugeres diferències, aquí també hi podem incloure el treball per projectes, la indagació, etc. Ens cal precisar una metodologia d'acord amb aquest treball. En aquest aspecte, hem de ser innovadors i escoltar els gegants, tant Puig Adam (1958) com Polya (1967), en els seus decàlegs sobre el treball matemàtic. A partir d'aquestes idees, el treball matemàtic necessita una metodologia d'aula-taller, de laboratori, on es treballi seguint les etapes següents:

- a) Una introducció a les activitats que desenvoluparem. On es presentaran els objectius que volem assolir.
- b) Presentar les investigacions, els problemes i els projectes.
- c) Treball en petit grup.
- d) Discussió i contrast en gran grup.
- e) I si escau, realització d'altres activitats relacionades, que recullen també Alsina, Burgués i Fortuny (1988).

2.3. Com volem avaluar-les?

Aquest aspecte segurament és el més difícil al qual ens hem d'enfrontar si volem avaluar les matemàtiques que ens hem proposat treballar i de la manera que volem fer-ho.

Però tenim referents que ens orienten en aquest procés. De Lange (1999) n'és un. Al document «Framework for classroom assessment in Mathematics» ens estableix un decàleg de principis de l'avaluació a classe. A partir d'aquests principis ens proposem els aspectes següents per a realitzar una avaluació equilibrada:

- a) Totes les activitats que realitzem han de ser avaluables.
- b) Cal treballar diversos tipus d'activitats: orals, escrites, individuals, en grup, pràctiques, teòriques...
- c) Els estudiants han de poder disposar de tota la informació que es generi en el procés d'avaluació.
- d) Cal establir mecanismes d'autoavaluació. En el sentit que els estudiants siguin conscients dels seu grau d'aprenentatge.

De Lange també ens diu com han d'estar constituïdes les proves, de tota mena, que ens han de servir per recollir la informació per tal d'avaluar d'una manera adequada.

Aquesta informació es resumeix en la figura 1.

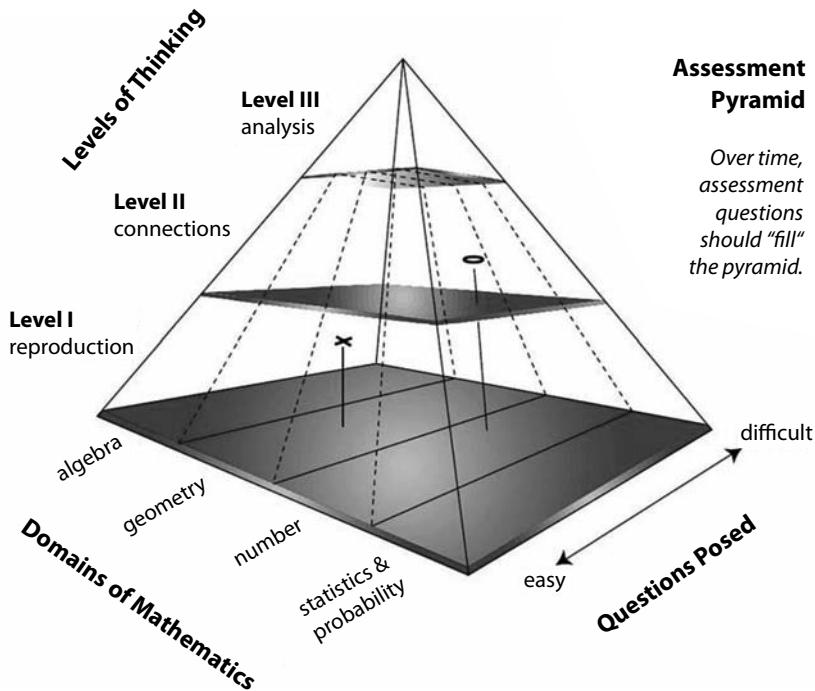


Figura 1. De Lange Pyramid for assessment.

En síntesi, creiem que podem afegir que hem de procurar que, en totes les activitats que realitzem, siguin d'avaluació o no:

- Ha d'haver-hi elements dels diversos blocs de contingut matemàtic del currículum, amb diversos graus de dificultat, i
- Han de predominar les activitats del nivell de «reproducció», però també n'hi ha d'haver, en menor mesura, del nivell de connexions i del nivell de reflexió (anàlisi).

Amb aquestes dues darreres reflexions i els quatre criteris esmentats podem avaluar el treball dels estudiants. Un cop establert el que hem de fer, com fer-ho i com avaluar-ho, ens cal buscar les millors eines informàtiques per tal de poder realitzar la tasca. Això és el que farem als apartats següents.

3. De quins mitjans digitals podem disposar per desenvolupar-les?

Què volem dels mitjans digitals?

Què podem aconseguir dels mitjans digitals?

Com els podem utilitzar per canviar com s'aprenen les matemàtiques?

Les eines que podem utilitzar per a desenvolupar el treball matemàtic, les podem classificar en dos tipus: aquelles que ens permeten directament el treball matemàtic, una de les quals podria ser el GeoGebra, i aquelles que actuen com a contenidors de les tasques matemàtiques que volem treballar, entre les quals, s'inclouen aquelles eines que ens ajuden en el treball; el Moodle en podria ser un exemple, entre d'altres. Però abans de veure quines eines podem incloure en cadascun dels dos apartats, ens cal establir alguns criteris per veure quines, del gran ventall d'eines disponibles, poden ser les més interessants, atès que volem que els nostres estudiants assoleixin la competència matemàtica, però també cal que siguin competents digitalment. En aquest apartat de l'article veurem, doncs, tres aspectes:

- a) Quines característiques volem que tinguin les nostres eines digitals, tant per als estudiants com per als professors. Què volem d'aquests mitjans digitals?
- b) Quines eines podem considerar que donen un bon suport als continguts.
- c) Quines eines donen suport a l'organització i a la presentació de les tasques a desenvolupar.

3.1. Què volem d'aquests mitjans digitals?

Els mitjans digitals que utilitzarem a l'aula s'adreçaran a estudiants i professors. Per tant, ens hem de plantejar quines característiques volem que potencïin en ambdós col·lectius. Com en molts altres aspectes ja tenim referents en aquest apartat. Podem veure com l'ISTE (International Society for Technology in Education), de la mateixa manera que l'NCTM, ha elaborat un seguit d'estàndards referits als mitjans digitals adreçats a professors i alumnes.

Estàndards referits a estudiants

Volem que les eines digitals que utilitzem a l'aula permetin als estudiants:

- Demostrar creativitat i innovació.
- Comunicar i col·laborar.
- Dur a terme investigacions i utilitzar informació.
- Pensar críticament, resoldre problemes i prendre decisions.
- Utilitzar la tecnologia de manera eficaç i productiva.

És important assenyalar la semblança que hi ha entre aquests darrers aspectes amb el tipus de matemàtiques que hem proposat que s'han de treballar a l'aula.

Però les eines digitals també seran utilitzades pel professorat; per tant, també hi ha d'haver uns estàndards adreçats a aquestes persones. De fet, el web 2.0 preveu un canvi de rol d'estudiants i professors a les aules. Ha d'augmentar la interacció, i sobretot, deixaran de ser usuaris per convertir-se en creadors.

Estàndards referits a professors

Volem que permetin als professors:

- Disposar de materials per facilitar l'aprenentatge dels estudiants.
- Facilitat d'integració amb altres eines.

- Dissenyar i desenvolupar escenaris d'aprenentatge i avaluació.
- Recollir informació dels treballs realitzats pels estudiants.
- Compartir informació amb els estudiants i amb altres professors.

Aquests estàndards ens donen criteris per decidir si una eina digital és adequada per a la tasca que volem fer o no. Així, podem utilitzar la taula 1 per valorar les potencialitats i les debilitats de les eines digitals.

Per als estudiants	Possibilitats que ofereix
Demostrar creativitat i innovació.	
Comunicar i col·laborar.	
Dur a terme investigacions i utilitzar informació.	
Pensar críticament, resoldre problemes i prendre decisions.	
Utilitzar la tecnologia de manera eficaç i productiva.	
Per als professors	Possibilitats que ofereix
Disposar de materials per facilitar l'aprenentatge dels estudiants.	
Facilitat d'integració amb altres eines.	
Dissenyar i desenvolupar escenaris d'aprenentatge i avaluació.	
Recollir informació dels treballs realitzats pels estudiants.	
Compartir informació amb els estudiants i amb altres professors.	

Taula 1. Potencialitats i debilitats de les eines digitals.

L'ús d'aquesta taula per revisar els estàndards que permet assolir o no una determinada eina digital ens permetrà saber, entre d'altres coses, si aquesta eina es pot utilitzar d'una manera individual o cal que el seu ús es complementi amb altres eines. Així, per exemple, si analitzem una eina digital, ja mencionada anteriorment, el GeoGebra, amb la taula anterior obtenim el resultat següent:

Per als estudiants	Possibilitats que ofereix
Demostrar creativitat i innovació.	Permet crear dibuixos, macros per personalitzar treballs.
Comunicar i col·laborar.	És una eina de treball individual, tot i que permet que amb un treball determinat hi puguin interactuar amb altres persones.
Dur a terme investigacions i utilitzar informació.	Permet l'avaluació de diverses situacions fent canvis en les condicions dels problemes plantejats.

Per als estudiants	Possibilitats que ofereix
Pensar críticament, resoldre problemes i prendre decisions.	Es poden resoldre problemes geomètrics, i en el moment que podem canviar la situació, ens pot ajudar a prendre decisions.
Utilitzar la tecnologia de manera eficaç i productiva.	Segur que sí.
Per als professors	Possibilitats que ofereix
Disposar de materials per facilitar l'aprenentatge dels estudiants.	Les associacions de GeoGebra i professors posen a disposició dels professors multitud de materials per al treball amb aquesta eina.
Facilitat d'integració amb altres eines.	Es poden inserir els treballs creats en blogs, pàgines web o altres.
Dissenyar i desenvolupar escenaris d'aprenentatge i avaluació.	Hi ha molts exemples.
Recollir informació dels treballs realitzats pels estudiants.	No permet fer-ho.
Compartir informació amb els estudiants i amb altres professors.	La informació es pot compartir, però no permet la interacció. És comparteix l'ús.

Taula 2. Valoració GeoGebra.

Encara que amb el GeoGebra disposem d'una eina molt completa, els aspectes que fan referència a recollir informació del treball dels estudiants i compartir aquesta informació poden ser millorables. Han de ser utilitzades conjuntament amb altres eines digitals.

3.2. Eines que donen un bon suport als continguts de matemàtiques

Ja hem comentat que el GeoGebra, segons com s'utilitzi, pot ser una eina molt completa per al treball matemàtic. És interessant comentar que, atès el desenvolupament que s'està donant en la web, hi ha moltes eines que engloben diversos aspectes. Per tant, la seva classificació pot variar.

Altres eines útils per a desenvolupar el treball matemàtic les trobem en la taula 3.

Eines útils	Adreça web	
GeoGebra	http://acgeogebra.cat/joomla	Geometria dinàmica.
Wolfram Alpha	http://www.wolframalpha.com	Cercador computacional i creador de ginyes.
Illuminations	http://illuminations.nctm.org	Font de recursos diversos. Lliçons, activitats digitals.
Nrich	http://nrich.maths.org/frontpage	Font de problemes, alguns amb recursos digitals. Des de p3 fins a 18 anys.

Eines útils	Adreça web	
ARDORA 6	http://webardora.net	Creació de continguts escolars.
WEBQUEST	https://sites.google.com/site/webquestcathome	Metodologia de treball amb suport digital.
Estadística para todos	http://www.estadisticaparatodos.es	Ús d' <i>applets</i> i del full de càlcul.
eduteka	http://www.eduteka.org	Portal educatiu que inclou diversos apartats. Tots útils.
Scratch	http://scratch.mit.edu	Eina de programació.

Taula 3. Eines digitals per treballar les matemàtiques.

Moltes d'aquestes activitats també tenen espais webs col·laboratius en què les persones que els utilitzen hi acostumen a penjar les activitats que desenvolupen.

Hem de ser conscients que hi ha moltes eines digitals. Sembla clar que tots els professors hem d'experimentar, provar, aquelles eines que s'acostin a la nostra manera de treballar. Si aquesta eina s'hi adapta cal aprofundir en el seu ús, i si no, cal buscar-ne alguna de nova, que de ben segur existeix.

Eines útils	Adreça web	
Google Docs	https://drive.google.com	Paquet integrat que inclou processador de textos, full de càlcul, espai web, formularis. Multiplicitat de funcionalitats.
Wix	http://es.wix.com	Creador d'espais web.
EXE Learning	http://exelearning.net	Dissenyador d'activitats que permet el disseny d'espais web així com d'activitats SCORM.
Wikispaces	https://www.wikispaces.com	Espai web que permet organitzar documents, enllaços i altres tasques.
CMAP Tools	http://cmap.ihmc.us	Disseny de mapes conceptuals, i també ens permet dissenyar espais web que faciliten l'accés a les activitats digitals dissenyades.
Cool Tools for Schools	https://cooltoolsforschools.wikispaces.com	Espai wiki que recull una gran quantitat d'eines que podem utilitzar per a presentar les tasques.

Taula 4. Eines que ajuden a organitzar les activitats.

3.3. Eines que donen suport a l'organització i a la presentació de les tasques

Aquestes eines són les que ens ajudaran a presentar i donar forma a les tasques que pretenem que facin els nostres estudiants. Les que hem escollit per utilitzar entenem que són les que s'adapten al tipus de treball matemàtic que volen desenvolupar i que compleixen els estàndards per al treball digital. Val a dir que poques eines, per no dir cap, compleixen tots els estàndards digitals. Per tant, és imprescindible utilitzar-ne una combinació. A la taula 4 en veiem un recull.

Les darreres versions de moltes d'aquestes eines presenten una característica molt important: permeten el treball col·laboratiu sense haver de compartir ordinadors o espai físic. També cal tenir present que en les tasques que treballem no utilitzarem sempre totes les eines digitals disponibles; només utilitzarem aquelles que ens siguin interessants per tal de poder desenvolupar el treball matemàtic concret que ens hem proposat. Sempre cal, per part del professorat, una selecció de les eines que hem d'utilitzar.

Podem trobar altres eines que ens poden permetre arribar als mateixos resultats. No hi ha eines millors o pitjors; hi ha eines útils per a professors i estudiants o eines no tan útils, i tothom ha de trobar les que el facin sentir més còmode.

4. Un exemple: les truites al llac

Mostrarem ara com podem aplicar el que hem proposat en els apartats anteriors de l'article a una activitat per tal que pugui ser treballada amb mitjans digitals. Per mostrar-ho, hem seleccionat una activitat anomenada «Les truites al llac» i que es pot treballar a l'aula a partir de 3r d'ESO.

Inicialment, l'enunciat d'aquesta activitat és:

Cada primavera, un estany és repoblat amb truites. És a dir, la població disminueix cada any per causes naturals, però al final de cada any s'afegeixen més peixos. Les dades que ens cal saber són:

- Actualment hi ha 3.000 truites a l'estany.
- A causa de la pesca, la mort natural o altres circumstàncies, la població disminueix en un 20% cada any, independentment de la reposició.
- Al final de cada any, mil truites s'afegeixen a la llacuna.

- A. Quantes truites hi ha després del primer any de començar el procés a l'estany? I al final del segon any, quantes truites hi tindrem?
- B. Com creieu que la població canviarà en el temps si els paràmetres inicials canvien? És a dir, què succeirà si es realitza un canvi en el nombre inicial de peixos, en la velocitat a la qual la població disminueix o en el nombre de truites que es reposa cada any?

Per tal de realitzar la conversió digital, hem utilitzat com a base el programa EXE Learning amb formularis realitzats amb l'eina google docs. I atès que es fa una demanda relativa a investigar com canviaran uns determinats paràmetres amb el temps hem inclòs la possibilitat de tre-

ballar amb un full de càlcul o amb un *applet*, enllaçat en el web *lluminations* per tal d'experimentar amb les dades que ens planteja el problema. També utilitzem el tractament de textos de google docs per a la presentació d'informes.

La idea del treball digital que ens vam proposar era que els estudiants fessin ús de les eines anteriors per tal de realitzar totes les tasques. Es podria haver pensat l'activitat de manera que els estudiants realitzessin un dossier en format pdf i l'enviessin via correu electrònic. Però aquesta no era la idea. Per tant, vam haver de fer una adaptació de l'activitat. Això va voler dir modificar una mica l'estructura de l'activitat, en base al tipus de matemàtiques que volíem treballar i a la manera de treballar-les.

Podeu trobar la versió digital d'aquesta activitat a:

http://walipi.webatu.com/nous_projectes/lestany_truites/index.html

i una versió amb la documentació en format pdf o word en el repositori del Departament d'Ensenyament ARC, a l'adreça:

<http://apliense.xtec.cat/arc/node/1773>.

4.1. L'estany de les truites digital

Aquestes pantalles estan extretes de l'espai web on es troba allotjada l'activitat. I les utilitzarem per mostrar la conversió digital de l'activitat.

L'estany de les truites

L'estany de les truites

Objectius

- Treballar en un problema on intervien tres variables: truites en un estany, percentatge de disminució i increment absolut d'aquesta població.
- Utilitzarem formularis, full de càlcul, taules i gràfics per tal de treballar i comprendre el problema
- Veure que un fenomen es pot estudiar simbòlicament, gràficament i analíticament.
- Realitzar una petita recerca, amb canvis en les tres variables, per tal de conèixer la variació de la població a l'estany.
- Elaborar un informe que reculli el treball realitzat
- Finalitzar la tasca amb la redacció de les conclusions sobre la tasca realitzada.

INFORMACIÓ DEL PROBLEMA

Cada primavera, un estany de truites és repoblat amb aquests peixos. És a dir, la població disminueix cada any a causa de causes naturals, però al final de cada any, s'afegeixen més peixos. Les dades que ens cal saber són:

- Actualment hi ha 3.000 truites a l'estany.
- A causa de la pesca, la mort natural o altres causes, la població disminueix en un 20% cada any, independentment de la reposició d'existències.
- Al final de cada any, 1.000 truites s'afegeixen a la llacuna.

Hipòtesi inicial de la situació

1.- Explica i intenta justificar com creus que creixerà la població de truites de la llacuna. Has d'explicar si creus que creixerà indefinidament, creixerà fins arribar a un límit, o la població anirà augmentant i disminuint alternativament, o si anirà disminuint fins a desaparèixer.

Es possible predir la població de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple? Com es podria fer tal predicció?

Reflexiona i respon.

Imatge 1. Objectius de l'activitat.

La imatge 1 mostra els objectius de l'activitat; es dona informació rellevant del problema i es demana la formulació d'una hipòtesi, que quedarà recollida en un formulari.

2.- Truites a l'estany

Quantes truites hi ha després del primer any de començar el procés a l'estany?

☐ 3100
☐ 3200
☐ 3300
☐ 3400
☐ 3500

I al final del segon any, quantes truites i tindrem?

☐ 3710
☐ 3720
☐ 3730
☐ 3740
☐ 3750

3.- Reflexió

Icona iDevice

3. Creus que és possible predir la població de truites de la llacuna després d'un nombre determinat d'anys, 50 per exemple? Com es podria fer tal predicció?
Reflexiona i respon.

Prem aquí

4.- Reflexió

Icona iDevice

La paraula **SEGÜENT** representa la població de l'any que ve, i **ARA** representa la població d'aquest any. Escribe una equació usant **SEGÜENT** i **ARA** per representar les hipòtesis donades anteriorment. Expliqueu per quin motiu la vostra equació explica el procés que succeeix a l'estany. Podeu trobar una manera més funcional de representar l'equació?
Reflexiona i contesta

Prem aquí

Imatge 2. Subactivitats.

A la imatge 2, hi podem veure tres activitats diferents. La primera és un exercici d'aplicació directa d'un càlcul. Als estudiants, se'ls donen diverses possibles respostes i ells hauran d'assenyalar aquella que considerin adequada. Quan responen apareix una retroalimentació que els informa de la validesa de la seva resposta. Aquesta part de l'activitat finalitza amb dues activitats de reflexió. Primer, ara que ja han treballat amb les dades del problema, han de fer una predicció a llarg termini del nombre de truites que hi haurà a l'estany. I en la segona, se'ls demana que trobin una fórmula de recurrència que els permeti obtenir el nombre de truites en un any concret a partir de les truites que hi havia l'any anterior.

A la imatge 3 es mostra la part de l'activitat en què utilitzarem un full de càlcul. S'ha d'utilitzar per elaborar una taula del nombre de truites en funció dels anys i un gràfic que representi aquestes dades. Amb aquesta informació s'ha de validar la hipòtesi formulada i intentar raonar si és adequada o no. Podem utilitzar dues versions del full de càlcul; en una, els estudiants han d'elaborar la fórmula de recurrència per determinar el nombre de truites al llac, i en la segona es pot donar aquesta informació als estudiants.

Finalment, es demana descriure el gràfic que han obtingut amb la idea de relacionar-lo amb la fórmula trobada.