

MATEMÀTIQUES PER A BIOMEDICINA Qüestionaris i proves

Concepción Arenas
Máximo Pindado

Departament d'Estadística

Segona edició

MATEMÀTIQUES PER A BIOMEDICINA

Qüestionaris i proves

Concepción Arenas

Máximo Pindado

Departament d'Estadística

Índex

Presentació	7
-------------------	---

QÜESTIONARIS

Qüestionari 1	11
Qüestionari 2	19
Qüestionari 3	23
Qüestionari 4	27
Qüestionari 5	31

PROVES

Prova parcial. Curs 2009-2010	37
Prova parcial. Curs 2009-2010	41
Prova de síntesi. Curs 2009-2010	45
Prova d'avaluació única. Curs 2009-2010	49
Prova de reavaluació. Curs 2009-2010	53
Prova parcial. Curs 2010-2011	57
Prova parcial. Curs 2010-2011	61
Prova de síntesi. Curs 2010-2011	65
Prova d'avaluació única. Curs 2010-2011	69
Prova de reavaluació. Curs 2010-2011	73
Prova parcial. Curs 2011-2012	77
Prova parcial. Curs 2011-2012	79
Prova de síntesi. Curs 2011-2012	83
Prova d'avaluació única. Curs 2011-2012	87
Prova de reavaluació. Curs 2011-2012	93
Prova parcial. Curs 2012-2013	97
Prova parcial. Curs 2012-2013	101
Prova de síntesi. Curs 2012-2013	105

Presentació

El text *Matemàtiques per a biomedicina. Qüestionaris i proves* presenta un recull de proves i qüestionaris de l'assignatura Matemàtiques: Aplicacions a la Biomedicina. Aquesta matèria s'imparteix des de fa quatre cursos en el grau de Ciències Biomèdiques de la Universitat de Barcelona i part de la seva avaluació continuada consisteix en uns qüestionaris d'opció múltiple i de proves sobre situacions biomèdiques. La resolució d'aquests exercicis requereix el coneixement de conceptes matemàtics, així com el bon ús de les competències adquirides durant el curs. Atès que considerem que l'avaluació de les habilitats adquirides pels estudiants ha de ser tant acreditativa com formativa, hem cregut que els pot ser d'utilitat accedir a aquests qüestionaris i proves amb la solució al final de cada un, a fi que ells mateixos puguin autoavaluar-se.

Esperem que aquest material ajudi a la formació dels futurs professionals de la biomedicina, fent-los competents des de la vessant matemàtica que hi ha darrere de la resolució i modelització de moltes situacions biomèdiques.

CONCEPCIÓN ARENAS
MÁXIMO PINDADO

QÜESTIONARIS

QÜESTIONARI 1

Qüestió 1

Si la resposta R a un estímul S segueix una relació lineal i presenta un llindar amb valor 1 i la resposta augmenta en 0,5 unitats per cada increment d'una unitat en l'estímul, aleshores:

- a. $R = 0,5S - 0,5$
- b. $R = S + 0,5$
- c. $R = 0,5S + 1$
- d. $R = S - 1$

Qüestió 2

En un estudi sobre la relació de la influència de la contaminació atmosfèrica CA i la incidència de càncer de pulmó CP es va trobar:

CA	CP
20	10
30	15
50	22

Quina de les següents relacions es pot considerar certa? Trieu una resposta:

- a. $CP = 0,39 + 2,57 CA$
- b. $CP = -6,19 + 2,52 CA$
- c. $CP = 2,52 - 6,19 CA$
- d. $CP = 2,57 + 0,39 CA$

Qüestió 3

Un cos submergit en aigua a 0°C perd calor a una velocitat proporcional a la seva temperatura. La temperatura després de t minuts d'immersió ve aleshores donada per $T(t) = T_0 e^{-kt}$ on la constant k fa referència a la superfície del cos i a la insolació. Si un humà cau en aigües de l'Àrtic a 0°C , amb temperatura corporal de 37°C , perdrà la consciència quan la temperatura sigui de 25°C . Suposant que $k = 0,02$, quant de temps sobreviurà una persona dins l'aigua? Trieu una resposta:

- a. 19 min
- b. 18 min
- c. 18,6 min
- d. 19,6 min

Qüestió 4

L'equació $3\ln(x) = 2x$ té:

- a. Cap solució real
- b. Dues solucions reals
- c. Una única solució real
- d. Més de dues solucions reals

Qüestió 5

Suposeu que una proteïna (massa M en grams) es desintegra en aminoàcids segons la fórmula $M = 28/(t+2)$ on t es mesura en hores. La raó mitjana de reacció a l'interval de temps $t = 0$ fins a $t = 1$ és:

- a. $-14/3$
- b. $-8/3$
- c. $-7/2$
- d. $-28/5$

Qüestió 6

Quan se sintetitza una proteïna dins d'una cèl·lula, la massa M de proteïna com a funció de t creix d'acord amb la fórmula $M = p + qt + rt^2$ on p, q, r són constants. La raó de reacció com a funció de t ve donada per:

- a. $q + 2rt$
- b. Cal saber un instant de t determinat
- c. rt^2
- d. $p + qt + rt^2$

Qüestió 7

La derivada de primer ordre respecte de t de la funció $G(s, t) = at/(bs - ct)$ val:

- a. $-abs/(bs - ct)^{-2}$
- b. $abs/(bs - ct)^{(2)}$
- c. $abs/(bs - ct)^{-2}$
- d. $-abt/(bs - ct)^{(2)}$

Qüestió 8

La derivada de segon ordre respecte de u de la funció $h(u, v) = (uv)^n$ val:

- a. $n^2 * (u * v)^{(n-1)}$
- b. $n * (n-1) * u^n * v^n$
- c. $n * (n-1) * u^n * v^{(n-2)}$
- d. $n * (n-1) * u^{(n-2)} * v^n$

Qüestió 9

La funció resposta a l'administració de dos medicaments (x, y) ve donada per $R(x, y) = 9xy - x^3 - y^3 + 5$. La combinació dels medicaments x i y que cal administrar per obtenir resposta màxima és:

- a. $x = 4, y = 3$
- b. $x = 0, y = 3$
- c. Cap de les altres respostes és correcta
- d. $x = 3, y = 0$

Qüestió 10

Suposem que tenim una població P d'organismes microscòpics, cadascun dels quals es divideix en dos cada 10 segons, i que a l'instant $t = 0$ existeix un de sol d'aquests organismes. Aleshores, la funció que descriu el nombre d'organismes en cada instant de temps ve donada per:

- a. $f(t) = 2^{(t+0)}, t > 0$
- b. $f(t) = 2^t, t > 0$
- c. $f(t) = 2^{g(t)}, t > 0$, on $g(t)$ representa la part entera de $t/10$
- d. $f(t) = e^t, t > 0$

Qüestió 11

La funció $f(t) = 2^{g(t)}$, $t > 0$, on $g(t)$ representa la part entera de $t/10$, és:

- a. Estrictament decreixent
- b. Esglaonada
- c. No ho podem saber
- d. Estrictament creixent

Qüestió 12

La relació entre el voltatge d'un estímul elèctric rectilini i la durada de l'estímul necessària per a provocar la resposta d'un nervi o d'una fibra muscular pot representar-se per l'anomenada corba d'excitabilitat. El voltatge mínim necessari perquè la fibra respongui s'anomena reobase i la duració mínima de l'estímul necessària perquè la fibra respongui s'anomena temps d'utilització. Considereu les dades següents:

Mil·lisegons	Volts
0,025	4
0,050	2
0,100	1
0,200	0,5

Si u representa el temps d'utilització i suposem que la reobase és de $\frac{1}{2}$ volt, el valor de u compleix:

- a. No tenim prou informació
- b. $0 < u$
- c. $0 < u \leq 0,025$
- d. $0 < u \leq 0,200$

Qüestió 13

La relació entre el voltatge d'un estímul elèctric rectilini i la durada de l'estímul necessària per a provocar la resposta d'un nervi o d'una fibra muscular pot representar-se per l'anomenada corba d'excitabilitat. El voltatge mínim necessari perquè la fibra respongui s'anomena reobase i la duració mínima de l'estímul necessària perquè la fibra respongui s'anomena temps d'utilització. Considereu les dades següents:

Mil·lisegons	Volts
0,025	4
0,050	2
0,100	1
0,200	0,5

Si u representa el temps d'utilització i suposem que la reobase és de $\frac{1}{2}$ volt, la funció que descriu el voltatge elèctric en funció del temps ve donada per:

- a. $v(t) = 0,1/t$ si $t \leq 0,2$ $v(t) = 1/2$ si $t > 0,2$
- b. $v(t) = 0,1/t$ si $0 \leq t$ $v(t) = 1/2$ si $t > 0$
- c. Cap de les altres respostes és correcta
- d. $v(t) = 0,1/t$ si $u \leq t \leq 0,2$ $v(t) = 1/2$ si $t > 0,2$

Qüestió 14

La gràfica de la funció $h(x)$ definida per $h(x) = 0,8/x$ si $0 < x \leq 5$ és:

- a. Creixent
- b. Té forma de paràbola
- c. És una recta
- d. Decreixent

Qüestió 15

Considereu una cèl·lula esfèrica de volum V i superfície S . Expresseu V com a funció de S i digueu com queda afectada V si doblem el valor de S :

- a. Augmenta V pel factor 1,323
- b. Disminueix V pel factor 1,323
- c. Disminueix V pel factor 2,828
- d. Augmenta V pel factor 2,828

Qüestió 16

Segons la llei de Poiseuille, la velocitat del flux sanguini en una artèria humana de longitud $l = 2$ cm, radi $R = 8 \times 10^3$ cm, amb una diferència de pressió entre els dos extrems de $P = 4 \times 10^3$ dyne/cm⁻² (= 3 mm mercuri) i una viscositat de $s = 0,027$, ve donada per la funció següent: $v(r) = P(R^2 - r^2)/4sl$ on r representa la distància de qualsevol punt del líquid a l'eix central de l'artèria. Aleshores, el valor màxim de la velocitat és:

- a. 1,185 cm sec⁻¹
- b. Cap de les altres respostes és correcta
- c. 2,185 cm sec⁻¹
- d. 1,385 cm sec⁻¹

Qüestió 17

El límit quan x tendeix cap a 0 de $(\sin(x)\sin(2x))/(x \sin(3x))$ val:

- a. 2
- b. 2/3
- c. No existeix
- d. 3/2

Qüestió 18

En el tractament d'una malaltia infecciosa que afecta les cèl·lules renals, s'estudia l'efecte d'un medicament sobre malalts que ja l'estaven prenent, per tal de decidir si cal o no augmentar la dosi. La funció que descriu l'evolució al llarg del temps de la quantitat de cèl·lules infectades és: $f(t) = 3 - e^{(t-1/t^2)}$ si $t \leq 4$ i $f(t) = e^{-t}$ en un altre cas. Quina és la velocitat de canvi instantània en la quantitat de cèl·lules infectades per a $t = 4$?

- a. -0,1243
- b. $-0,031 * \exp(3/16)$

- c. Cap de les altres respostes és correcta
- d. No es pot calcular

Qüestió 19

En un tractament contra la leucèmia, s'estan aplicant dos fàrmacs de forma simultània. Hem trobat que la funció $F(x, y)$ que descriuria l'efecte d'aquests dos fàrmacs donades les dosis x i y és: $-x^4 - y^4 + 4xy$. Hi ha alguna dosi (x, y) dels fàrmacs que en maximitzi o en minimitzi l'efecte?

- a. En el punt $(1, 1)$ hi ha un màxim i en $(-1, -1)$ un mínim
- b. Cap de les altres respostes és certa
- c. Hi ha tres punts d'interès $(0, 0), (1, 1), (-1, -1)$
- d. Només hi ha un màxim a $(1, 1)$

Qüestió 20

La concentració de certs microorganismes causants d'una infecció és descrita per la funció $Q(t) = (2 - C \exp(kt)) / (1 - C \exp(kt))$ on C i k són constants amb $C > 0$. Segons els possibles valors de C i k , podem assegurar que la infecció desapareixerà en algun instant?

- a. Només desapareixerà si $k = 0$ i $C = 2$
- b. Si $k < 0$ i $C > 2$, desapareix en l'instant $t = (1/k) \ln(1/C)$
- c. No desapareixerà mai, independentment dels valors de k i de C
- d. Si $k > 0$ i $1 < C < 2$ desapareix en l'instant $t = (1/k) \ln(2/C)$

Respostes

Qüestió 1

a. $R = 0,5S - 0,5$

Qüestió 2

d. $CP = 2,57 + 0,39CA$

Qüestió 3

d. 19,6 min

Qüestió 4

a. Cap solució real

Qüestió 5

a. $-14/3$

Qüestió 6

a. $q + 2rt$

Qüestió 7

b. $abs/(bs - ct)^{(2)}$

Qüestió 8

d. $n * (n - 1) * u^{(n - 2)} * v^n$

Qüestió 9

c. Cap de les altres respostes és correcta

Qüestió 10

c. $f(t) = 2^{g(t)}$, $t > 0$, on $g(t)$ representa la part entera de $t/10$

Qüestió 11

b. Esglaonada

Qüestió 12

c. $0 < u \leq 0,025$

Qüestió 13

d. $v(t) = 0,1/t$ si $u \leq t \leq 0,2$ $v(t) = 1/2$ si $t > 0,2$

Qüestió 14

d. Decreixent

Qüestió 15

d. Augmenta V pel factor 2,828

Qüestió 16

a. $1,185 \text{ cm sec}^{-1}$

Qüestió 17

b. $2/3$

Qüestió 18

d. No es pot calcular

Qüestió 19

d. Només hi ha un màxim a $(1, 1)$

Qüestió 20

d. Si $k > 0$ i $1 < C < 2$ desapareix en l'instant $t = (1/k)\ln(2/C)$

QÜESTIONARI 2

Qüestió 1

Si el creixement d'una població de bacteris ve descrit per la successió X_n = nombre de bacteris en la generació n , on $X_n = 10^4 2^n + 10^3(1 - 2^n)$, el nombre inicial de cèl·lules és:

- a. 10^3
- b. $10^4 - 10^3$
- c. No es pot saber
- d. 10^4

Qüestió 2

Si el creixement d'una població de bacteris ve descrit per la successió X_n = nombre de bacteris en la generació n , on $X_n = 10^4 2^n + 10^3(1 - 2^n)$, aleshores:

- a. S'extingirà passades un nombre gran de generacions
- b. Assolirà un estat d'equilibri
- c. Creix i decreix de forma periòdica
- d. Creix indefinidament

Qüestió 3

Si la taxa d'ocurrència d'una malaltia ve donada per $p_n = 2/5^n$, la suma des de $n = 0$ fins a $n = 10$ dels valors de p_n val:

- a. 1,6666
- b. Cap de les altres respostes és correcta
- c. 2,4999
- d. 1,4666

Qüestió 4

Si el creixement d'una població de bacteris ve descrit per la successió X_n = nombre de bacteris en la generació n , on $X_n = X_0 2^n + 10^3(1 - 2^n)$, si passades 10 generacions hi ha 10^8 bacteris, inicialment hi havia:

- a. No es pot saber
- b. 10^{12} bacteris
- c. 10^{18}
- d. 12.627.875/128 bacteris

Qüestió 5

Si el creixement d'una població de bacteris ve descrit per la successió X_n = nombre de bacteris en la generació n , on $X_n = 10^4 2^n + 10^3(1 - 2^n)$, aleshores:

- a. $X[n + 1] = X[n] - 10^4$
- b. $X[n + 1] = 2 * X[n] + 10^3$
- c. $X[n + 1] = 2 * X[n] - 10^3$
- d. $X[n + 1] = X[n] + 10^4$

Qüestió 6

Si el creixement d'una població de bacteris ve descrit per X_n = nombre de bacteris en la generació n , on $X_n = 5X_{n-1} + 10^4$, aleshores, si inicialment hi havia 10^2 bacteris, passades tres generacions ($n = 3$) hi hauria:

- a. Cap de les altres respostes és certa
- b. 3×10^2 bacteris
- c. 3.175×10^4 bacteris
- d. 317.500 bacteris

Qüestió 7

El valor de la suma des de $n = 0$ fins a $n = \infty$ de $-3/(n^2 + 3n + 2)$ és:

- a. -3
- b. $-2/3$
- c. $3/2$
- d. $2/3$

Qüestió 8

Si la taxa d'ocurrència d'una malaltia ve donada per $p_n = 2/5^n$, la suma per $n = 0$ fins a $n = \infty$ val:

- a. $5/4$
- b. Cap de les altres respostes és certa
- c. $5/2$
- d. $5/3$

Qüestió 9

Si la successió a_n descriu un creixement constant a temps discret (successió aritmètica), amb $a_3 = 10$ i on la constant de creixement $r = 3$, la suma des de $n = 7$ fins a $n = 1.234$ dels corresponents valors de a_n val:

- a. 2.285.287,5
- b. 2.287.150
- c. 2.285.308
- d. 2.279.782

Qüestió 10

Si la successió a_n descriu un creixement proporcional a temps discret (successió geomètrica), amb $a_3 = 10$ i on la constant de creixement $r = 3$, la suma des de $n = 7$ fins a $n = 120$ dels corresponents valors de a_n val:

- a. 4,6955E+58
- b. 9,9834E+56
- c. 2,6955E+58
- d. 8,98347E+56