

TEXTOS DOCENTS

305

FUNDAMENTOS DE TRANSMISIÓN DE CALOR

Santiago Esplugas
María Esther Chamarro

Departament d'Enginyeria Química



UNIVERSITAT DE BARCELONA



TEXTOS DOCENTS

305

FUNDAMENTOS DE TRANSMISIÓN DE CALOR

Santiago Esplugas Vidal
María Esther Chamarro Aguilera

Departament d'Enginyeria Química
Facultat de Química

Publicacions i Edicions



UNIVERSITAT DE BARCELONA



Este texto está concebido para su utilización en la asignatura **Transmisión de calor** de cuarto semestre de los estudios de la titulación de **Ingeniería Química** de la **Universidad de Barcelona**. La asignatura consta de 6 créditos que se desglosan en: 4,5 créditos dedicados a horas lectivas de teoría y de resolución de problemas; y en 1,5 créditos que el alumno dedica a resolver una serie de problemas propuestos que debe entregar durante el curso al profesor.

Las prácticas de laboratorio correspondientes a la Transmisión de Calor se realizan dentro de la asignatura **Experimentación en Ingeniería Química II**. Para cursar esta asignatura experimental es necesario tener aprobadas las asignaturas Circulación de Fluidos y Transmisión de Calor.

El objetivo principal de esta asignatura es el estudio específico de un fenómeno de transporte, el transporte de calor. Complementa, por lo tanto, el contenido de la asignatura de **Fenómenos de Transporte** en el que ya se han introducido los mecanismos de transmisión de calor, así como las relaciones entre las densidades de flujo de calor y las variaciones de la temperatura para cada uno de los tres mecanismos (conducción, convección y radiación).

Para cada uno de los tres mecanismos implicados en la transmisión de calor se realiza una aplicación al diseño de operaciones unitarias en las que la transmisión de calor es el factor más importante de cara a efectuar un buen diseño del aparato. De esta manera se estudia el diseño de aislamiento de conducciones y depósitos, el diseño de intercambiadores de calor, evaporadores, hornos, etc.

El programa se divide en cuatro partes: en la primera se introducen los mecanismos de transporte de calor y en las tres siguientes se estudia al detalle cada uno de ellos.

1. INTRODUCCIÓN.	7
1.1 Conducción.	7
1.2 Convección.	12
1.3 Radiación.	14
1.4 Sistemas combinados de transmisión de calor.	15
1.4.1 Conducción a través de varias superficies planas en serie	17
1.4.2 Convección y conducción en serie	18
1.4.3 Conducción a través de dos materiales en paralelo	18
1.4.4 Convección y radiación en paralelo	19
1.5 Problemas	19
2. CONDUCCIÓN.	21
2.1 Transmisión de calor con fuentes de energía interna..	21
2.2 Transmisión de calor en sólido en estado estacionario. Aplicación al aislamiento de materiales	23
2.2.1 Capa plana.	23
2.2.1.1 Capa plana con generación de calor.	26
2.2.2 Capa cilíndrica.	29
2.2.3 Capa esférica	31
2.2.4 Transmisión de calor en estado estacionario en dos direcciones.	33
2.2.5 Transmisión de calor en estado estacionario en tres direcciones.	48
2.3 Transmisión de calor en estado no estacionario. Aplicación al calentamiento y enfriamiento de sólidos	48
2.3.1 Lámina infinita.	49
2.3.2 Cilindro infinito.	56
2.3.3 Esfera.	61
2.3.4 Sólido semiinfinito.	64
2.3.5 Cuerpos multidimensionales.	66
2.3.6 Métodos numéricos y gráficos.	68
2.3.7 Transmisión en dos direcciones.	72
2.4 Problemas.	73
3. CONVECCIÓN.	79
3.1 Coeficientes individuales de transmisión de calor.	79
3.2 Coeficientes globales de transmisión de calor	80

3.3	Convección natural.	81
3.4	Convección forzada.	83
3.4.1	Flujo laminar.	84
3.4.2	Región de transición	86
3.4.3	Flujo turbulento.	86
3.5	Transmisión de calor con cambio de fase.	91
3.5.1.	Condensación.	91
3.5.2.	Ebullición.	93
3.6	Diseño de equipos de intercambio de calor.	94
3.7	Problemas.	104
4.	RADIACIÓN.	109
4.1	Leyes que gobiernan la absorción y emisión de la energía radiante.	109
4.1.1	Ley de Kirchhoff.	111
4.1.2	Ley de Stefan-Boltzmann.	113
4.2	Intercambio de energía radiante entre dos cuerpos separados por un medio no absorbente de la radiación.	116
4.2.1	Radiación entre cuerpos negros en el vacío. Factor geométrico.	116
4.2.1.1	Propiedades de los factores geométricos	123
4.2.2	Radiación entre cuerpos negros y refractarios en el vacío. Factor refractario.	125
4.2.3	Radiación entre cuerpos no negros en el vacío. Factor gris. Factor de absorción.	128
4.3.	Intercambio de radiación entre superficies.	134
4.4.	Problemas.	139
5.	NOMENCLATURA.	143
6.	BIBLIOGRAFÍA.	147
7.	PROBLEMAS ADICIONALES.	149
8.	ANEXOS.	157

1. INTRODUCCIÓN

Cuando existe un gradiente de temperaturas en un sistema o cuando dos sistemas a diferente temperatura se ponen en contacto se transfiere energía. El proceso mediante el cual tiene lugar este transporte de energía se conoce como **transmisión de calor**. Lo que se transmite, **calor**, no puede ser medido ni es observable directamente; pero sus efectos, preferentemente variaciones de energía interna, permiten su medida. El flujo de calor, análogamente al caudal de trabajo o **potencia**, da lugar a cambios importantes en la energía interna de un sistema.

Puesto que la transmisión de calor es en realidad un transporte de energía, se sigue necesariamente la ley de conservación de la energía, por lo que, en un sistema cerrado, el calor emitido por la región de temperatura superior debe de ser exactamente igual al calor absorbido por la región de temperatura inferior.

La transmisión de calor juega un papel muy importante en muchas de las operaciones que se realizan en la industria química: en el diseño de reactores, donde tienen lugar reacciones químicas con absorción o desprendimiento de calor; en el diseño de aparatos para intercambiar calor entre dos fluidos; en la transferencia o eliminación de calor a otro fluido con el fin de cambiarlo de fase (evaporación, condensación), etc. También resulta interesante la utilización de materiales sólidos para “almacenar” energía procedente de corrientes fluidas a temperatura elevada.

El estudio de la transmisión de calor no es exclusivo de la ingeniería química; la física, la ingeniería mecánica, la ingeniería civil, la arquitectura, etc, también se hallan interesadas en su estudio. Abarca, por consiguiente, diferentes áreas de conocimiento y constituye uno de los tres fenómenos de transporte fundamentales.

Para estimar el coste y la capacidad del equipo necesario para transferir una determinada cantidad de calor en un tiempo dado, es necesario realizar un análisis detallado de la transmisión de calor. Desde el punto de vista ingenieril, dicho análisis tiene como objetivos prioritarios la determinación de los perfiles de temperatura en el interior de los cuerpos materiales, y la predicción de la velocidad a la que tiene lugar la transferencia de calor a través de una superficie.

En la transmisión de calor, como en otras disciplinas de la ingeniería, la solución de un problema determinado que se pueda plantear requiere la realización de hipótesis e idealizaciones. Es prácticamente imposible describir el fenómeno exactamente y, cuando se tiene que expresar el problema en forma de una ecuación matemática, es necesario realizar algunas aproximaciones. Es importante tener presentes las aproximaciones, hipótesis e idealizaciones realizadas cuando se interpretan los resultados finales obtenidos. Algunas aproximaciones habituales que se pueden citar son:

- Algunas propiedades físicas como la conductividad térmica, la viscosidad, el calor específico o la densidad cambian con la temperatura, pero si seleccionan los valores medios adecuados los cálculos se pueden simplificar considerablemente sin que se produzca un error considerable en el resultado final.
- Cuando se transmite calor de un fluido a una pared, pueden aparecer incrustaciones que reducen la velocidad de transmisión de calor. Para asegurar una correcta operación a lo largo de un largo periodo de tiempo se deberá aplicar un factor corrector de seguridad que tenga en cuenta esta contingencia.
- Cuando se transmite calor por convección a través de una pared lo suficientemente grande, se puede considerar que su superficie es infinita con lo que se reducirán considerablemente los cálculos a la hora de resolver el problema de transmisión de calor.

Los mecanismos a través de los cuales se transmite el calor son: **conducción**, **convección** y **radiación**. Tanto la conducción como la convección necesitan de un medio material para poder transferir esta energía, mientras que la radiación no lo necesita y, de hecho, está mas favorecida la transferencia en el vacío.

A continuación se realiza una introducción de cada uno de los tres mecanismos de transmisión de calor y se presentarán las ecuaciones que los gobiernan. Posteriormente, en los temas 2, 3 y 4, se desarrollará en profundidad cada uno de ellos.

1.1 CONDUCCIÓN

La conducción de calor es el mecanismo de transmisión en sólidos y exclusivo en los mismos, aunque también se puede suponer que es el único que tiene lugar en los fluidos en reposo. En los fluidos, aparece adicionalmente un movimiento convectivo debido a la variación de la densidad del fluido con la temperatura, o al movimiento del fluido debido a otras causas (bombas, compresores, acción de la gravedad, etc.) Cuando en un medio material existe un gradiente de temperatura el calor fluye en sentido contrario a este gradiente. La energía se transmite debido al movimiento de átomos, moléculas, iones y electrones, que constituyen la sustancia, sin movimiento aparente de la materia a nivel macroscópico.

De una forma análoga a las leyes de Fick para la transferencia de materia y de Newton para el transporte de cantidad de movimiento, la **ley de Fourier** relaciona este transporte de energía por conducción:

$$\vec{q} = -k\nabla T \quad (1.1)$$

es decir, la densidad de flujo de calor, q , es directamente proporcional al gradiente de temperatura T y de sentido contrario. En otras palabras: el calor fluye de una zona de temperatura alta a otra de temperatura baja. A la constante de proporcionalidad entre la densidad de flujo de calor y el gradiente de temperatura se le denomina **conductividad térmica**, k . Nótese que la temperatura es un escalar, y la operación resultante de realizar el gradiente de un escalar da lugar a un vector.

Usando el sistema internacional de unidades la densidad de flujo de calor se mide en $J/(s.m^2)$ o W/m^2 , aunque a veces se utilizan $kcal/(h.m^2)$ y la temperatura se mide en grados centígrados o Kelvin; con ello en el S.I., las unidades de la conductividad son $J/(s.m.K)$. Conviene recordar la equivalencia entre la caloría y el julio ($1 \text{ cal} = 4,183 \text{ J}$).

El valor de la conductividad depende del material y de su estado físico. Respecto a la conductividad, los cuerpos se clasifican en:

- **ISÓTROPOS**: cuerpos que no presentan direcciones privilegiadas en la conducción del calor. En consecuencia, la conductividad no varía con la posición ($\nabla k = 0$). Son materiales isótropos, la mayoría de los gases, líquidos y los sólidos cristalinos del sistema regular.
- **ANISÓTROPOS**: cuerpos en los que la conductividad es función de la posición y aparecen entonces direcciones privilegiadas en la transmisión de calor ($\nabla k \neq 0$). Como ejemplos cabe citar a los sólidos no regulares (fibra de vidrio, amianto, madera, etc.).

En las Tablas 1.1, 1.2 y 1.3 se encuentran tabulados los valores de la conductividad térmica de algunos gases, líquidos y sólidos.

	Temperatura (°C)			
	0	50	100	200
Aire	0,0244	0,0279	0,0326	0,0395
Amoniaco	0,0209	0,0256	0,0314	
Dióxido de carbono	0,0140	0,0186	0,0233	0,0314
Etano	0,0174	0,0233	0,0314	
Etileno	0,0163	0,0209	0,0267	
Hidrógeno	0,1628	0,1861	0,2210	0,2559
Metano	0,0302	0,0361	0,0465	
Monóxido de carbono	0,0221	0,0244		
Nitrógeno	0,0233	0,0267	0,0314	0,0384
Oxígeno	0,0244	0,0291	0,0326	0,0407
Vapor de agua	0,0163	0,0198	0,0244	0,0326

Tabla 1.1. Conductividad de algunos gases a presión atmosférica, $W/(m.K)$.

	Temperatura (°C)	Conductividad
Agua	0	0,593
	93	0,680
Benceno	30	0,159
	60	0,151
diclorodifluorometano	-22	0,0709
n-hexano	30	0,138
	60	0,135
Mercurio	28	8,30
	60	9,69
Sodio	100	84,8
	210	79,6

Tabla 1.2. Conductividad de algunos líquidos a presión atmosférica, W/(m·K)

Material	Conductividad
arena seca	0,349-0,814
amianto	0,151
corcho	0,047
esmalte	0,872-1,163
hielo	2,33
hormigón	1,28
lana de vidrio	0,035-0,070
madera de pino (paralelo a la fibra)	0,384
madera de pino (normal a la fibra)	0,140-0,174
ladrillo aislante	0,116-0,209
ladrillo	0,698-0,814
plástico vinílico	0,163
vidrio	0,698-0,814
acero	46,5
acero inoxidable	17,5
aluminio	203,5
bronce	64,0
cobre	384
hierro de fundición	46,5-93,0
latón	93,0
plomo	34,9

Tabla 1.3. Conductividad térmica de algunos materiales sólidos, W/(m·K)

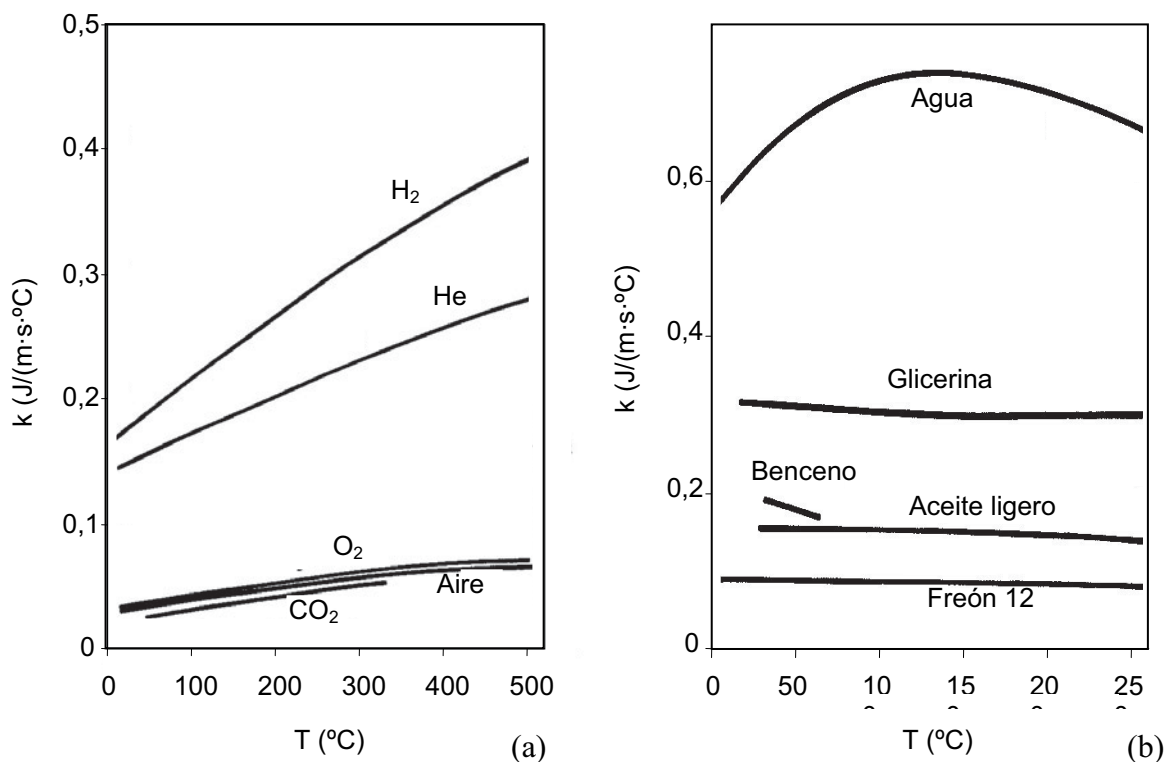


Figura 1.1. Variación de la conductividad térmica con la temperatura para gases (a) y líquidos (b)

Para los gases se puede observar que la conductividad térmica, es del orden de $10^{-2} \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ en casi todos los casos. También se observa que su valor aumenta con la temperatura, como queda claramente reflejado en la Figura 1.1.a.

Para los líquidos es del orden de $10^{-1} \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ y varía poco con la temperatura. La conductividad térmica de los metales líquidos es muy superior a la de los líquidos orgánicos o a la del agua. En algunos casos la conductividad presenta un máximo como es el caso de la del agua ($k_{\text{máx}}$ a 115°C), tal y como se puede ver en la Figura 1.1.b. Entre los líquidos no metales el agua es el mejor conductor del calor.

En los sólidos el orden de magnitud de la conductividad térmica oscila entre $10^{-1} \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, para los sólidos no metálicos (madera, ladrillo, etc), y $10^2 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, para los metales muy conductores (cobre, aluminio, etc). Las impurezas presentes en los metales pueden provocar variaciones de conductividad de hasta el 50-75 %. Un ejemplo claro se tiene en el cobre ($k_{\text{Cu}} = 384 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$), que en presencia de trazas de arsénico reduce su conductividad en dos terceras partes ($k_{\text{Cu-trazas As}} \approx 125 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$).

En la Figura 1.2 se puede apreciar que la tendencia en los metales sólidos es que la conductividad térmica disminuya al aumentar la temperatura, mientras que las aleaciones tienen el comportamiento contrario, es decir, la conductividad térmica de una aleación aumenta al hacerlo la temperatura. En la misma gráfica se observa también que la conductividad de una aleación no es un valor medio de la de los metales puros con que está formada, sino que siempre tiene un valor inferior a la de los metales que la conforman. Esto se puede ver también en el caso del latón. La conductividad térmica de un latón formado por un 10 % de cinc y un 90% de cobre es de $93 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Las conductividades de los dos metales puros son 112 y $384 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ respectivamente, ambos valores superiores al que tiene la aleación.

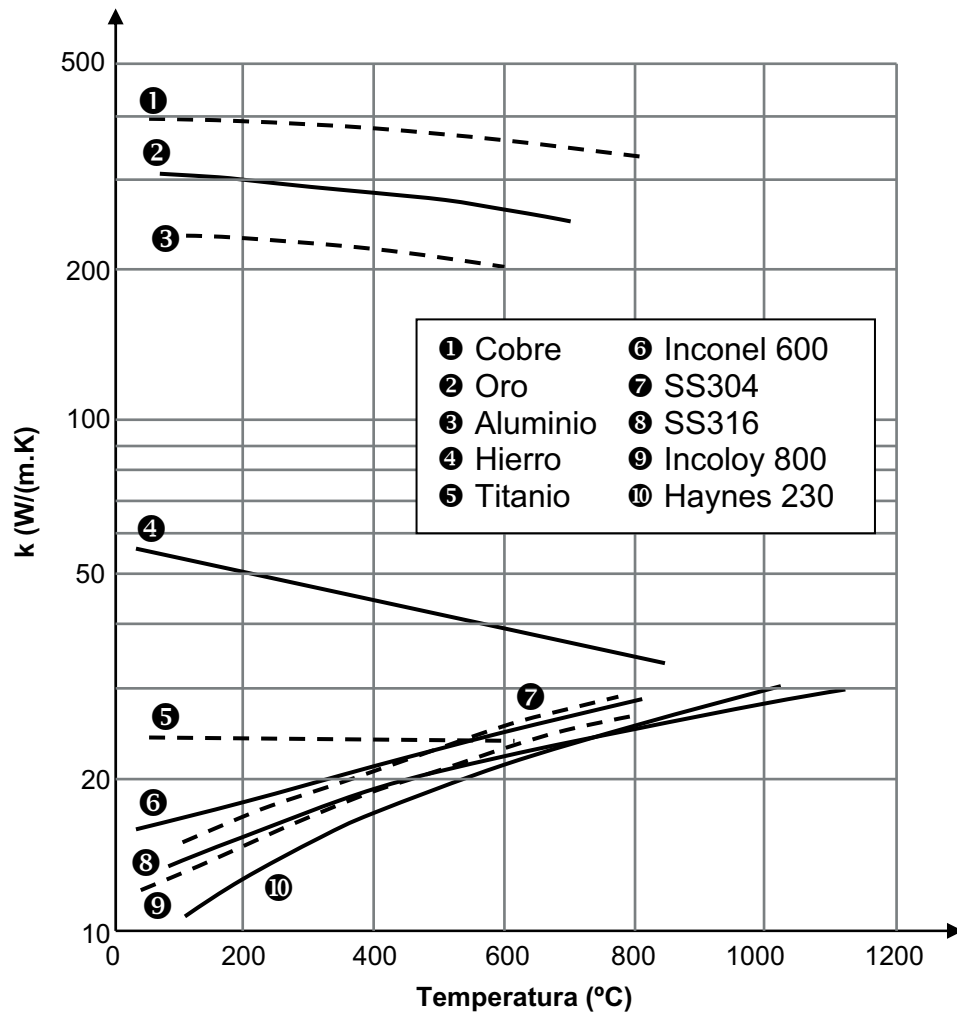


Figura 1.2. Variación de la conductividad térmica con la temperatura para metales y aleaciones

A partir de la **teoría cinética de los gases** (la misma teoría que explica la ecuación de los gases ideales), se puede deducir la ecuación de Fourier, obteniéndose una expresión en la que la conductividad térmica es función de diversos parámetros atómico-moleculares:

$$k = \frac{1}{d^2} \sqrt{\frac{R^3 \cdot T}{M \cdot N_A^2 \cdot \pi^3}} \quad (1.2)$$

siendo d el diámetro de la molécula, R la constante de los gases, M el peso molecular, T la temperatura absoluta y N_A el número de Avogadro.

Para los líquidos, a partir de la **teoría de Bridgman** del transporte de energía en líquidos puros, se deduce un valor de la conductividad, k (erg/(cm.s.K)), de:

$$k = 3 \cdot (N_A \cdot c)^{2/3} \cdot \frac{R \cdot v_s}{N_A} \quad (1.3)$$

donde c es la concentración molar (mol/cm³), R/N_A es la constante de Boltzman ($1,3805 \cdot 10^{-16}$ erg/(K.molécula)) y v_s la velocidad del sonido en el líquido (cm/s).

No existe ninguna teoría sencilla que relacione la conductividad térmica con las propiedades y la estructura de los sólidos. No obstante, para **sólidos metálicos** existe una relación entre la conductividad térmica de un sólido, su conductividad eléctrica, k_e , y su temperatura absoluta, T :

$$\frac{k}{k_e \cdot T} = L \quad (1.4)$$

donde L es el número de Lorenz, un valor aproximadamente constante e igual a $25 \cdot 10^{-9} \text{ V}^2/\text{K}^2$.

1.2 CONVECCIÓN

La convección consiste en el transporte de energía debido al propio movimiento material en el interior de un sistema. La convección es el mecanismo de transmisión de calor más importante para los fluidos, lo cual no implica que sea el único mecanismo posible de transmisión de calor. Es muy difícil que en un fluido exista solamente conducción ya que, aunque se halle inicialmente en reposo, un gradiente de temperatura originará un movimiento en el interior del fluido por la aparición de las fuerzas de flotación debidas a las variaciones de densidad en el fluido. Así, al calentar o enfriar un líquido en un recipiente cerrado, sólo cuando la conductividad térmica y la viscosidad del líquido sean grandes y el gradiente de densidad pequeño, se evitará el movimiento dentro del fluido y, por tanto, la convección.

La convección puede ser **natural** o **forzada** según sea el origen de las fuerzas que actúan sobre el fluido. En el primer caso actúan las fuerzas de flotación generadas únicamente por las diferencias de densidad que aparecen en el seno del fluido; provocadas a su vez por gradientes de temperatura. En el segundo caso, actúan dispositivos mecánicos (bombas, agitadores, etc.) que comunican energía al fluido poniéndolo en movimiento.

En el diseño, lo más interesante en la convección de calor es la estimación de los coeficientes individuales de transmisión de calor (de interfase), h , que aparecen debido a la imposibilidad de resolver simultáneamente o sucesivamente los balances microscópicos de energía y de cantidad de movimiento. Para un fluido a temperatura T_f en su seno, que está en contacto con un sólido a temperatura T_s mediante una superficie de contacto igual a A (Figura 1.3), a través de la que se transmite un caudal de calor Q , se define el **coeficiente individual de transmisión de calor**, h , como

$$Q = h \cdot A \cdot (T_s - T_f) \quad (1.5)$$

y teniendo en cuenta que $q = Q/A$:

$$q = h \cdot (T_s - T_f) \quad (1.5')$$

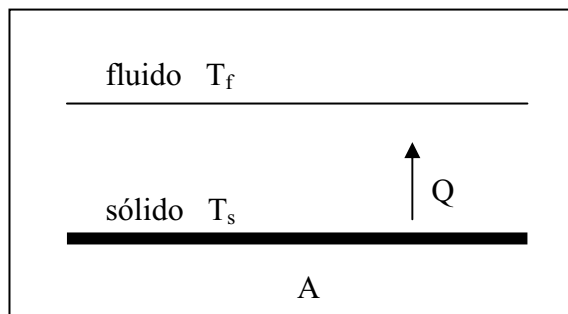


Figura 1.3. Transmisión de calor sólido-fluido.

Si se pudieran resolver simultáneamente, o sucesivamente, los balances microscópicos de cantidad de movimiento, de energía, y de materia no sería necesaria la utilización de un coeficiente tan experimental como es h .

Así, una de forma de expresión del balance microscópico de energía (en función de la temperatura) para un fluido resulta:

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\rho C_v \vec{v} \cdot \nabla T - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_p (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) - \left(\vec{\tau} : \vec{\nabla} \vec{v} \right) + g_e \quad (1.6)$$

donde ρ y C_v son la densidad y calor específico a volumen constante, $\vec{v}$ el vector velocidad, p la presión y $\vec{\tau}$ el tensor esfuerzo cortante (función de la viscosidad para fluidos newtonianos). El significado de la ecuación es el siguiente: la

acumulación de energía interna es igual a la entrada advectiva de energía interna (primer término), más la entrada neta de energía interna por flujo molecular (segundo término), más la generación (transformación a energía interna) debida a fuerzas de presión (tercer término) mas generación (transformación a energía interna) debida a la disipación viscosa. El término g_e es la velocidad de transformación de otros tipos de energía no considerados (nuclear, eléctrica, reacciones químicas, ...) a energía interna. Las unidades de la ecuación son caudal de energía por unidad de volumen; es decir, $J/(m^3.s)$.

El balance microscópico de cantidad de movimiento para un fluido (ecuación de movimiento) es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) - \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} - \nabla p + \rho \vec{g} \quad (1.7)$$

donde g es la gravedad, y cuyo significado es análogo al de energía. Así, el miembro de la izquierda es la acumulación de cantidad de movimiento, y el término de la derecha está formado por las contribuciones de entradas por flujo advectivo, por flujo molecular por fuerzas de superficie (presión) y por fuerzas de volumen (gravedad), respectivamente. Para fluidos newtonianos el tensor esfuerzo cortante depende de la viscosidad, μ , del fluido.

Finalmente, el balance microscópico de materia (ecuación de continuidad) resulta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{v} \quad (1.8)$$

es decir, acumulación de materia por unidad de volumen igual a entrada por flujo.

Debido a que la resolución analítica, simultánea o sucesiva, de estas tres ecuaciones (1.6, 1.7, 1.8), con sus respectivas condiciones límite, es prácticamente imposible y la numérica presenta muchas dificultades, es preferible la definición de un coeficiente de transmisión de calor, h , que en lógica dependerá de parámetros que aparecen en las anteriores ecuaciones (densidad, viscosidad, calor específico, conductividad, perfil de velocidades, ...).

La ecuación que proporciona h es muy simple y fácil de tratar en modelos matemáticos más o menos complejos. Lógicamente, h dependerá, no sólo del material y condiciones del fluido, sino también de las condiciones fluidodinámicas. De ahí que en las correlaciones experimentales de h aparezca el número adimensional de Reynolds ($G.D/\mu$), donde G es la densidad de flujo másico ($kg/(m^2.s)$) -igual al producto de la densidad por la velocidad-, D es el diámetro (o una medida equivalente) de la conducción (m), y μ la viscosidad (daP).

En la determinación del coeficiente individual de calor, h , aparecen otros números adimensionales interesantes como son el número de **Nusselt** ($Nu = h.D/k$) que relaciona el coeficiente h con la conductividad térmica, k , y el diámetro, D ; el número de **Prandtl** ($Pr = C_p.\mu/k$) y el número de **Stanton** ($St = Nu/(Re.Pr) = h/(G.C_p)$). Existen muchas ecuaciones para evaluar el coeficiente h ; algunas de las cuales se describirán en el tema 3.

Para convección natural, o libre, aparecen otros números adimensionales como el número de **Grashof** ($Gr = D^3.\rho^2.g.\beta(T_s - T_f)/\mu^2$) y el número de **Rayleigh** ($Ra = Gr.Pr$), siendo β el coeficiente de expansión volumétrica, que para un gas ideal corresponde al inverso de la temperatura absoluta.

La Tabla 1.4 muestra el orden de magnitud del coeficiente individual de transferencia de calor, h , para diferentes materiales. Se puede apreciar que los valores son mayores para la convección forzada que para la convección libre o natural, y que los gases presentan menores valores para el coeficiente h que las sustancias líquidas.

Convección natural		Convección forzada	
gas	3-20	gas	10-100
líquido	100-600	líquido viscoso	50-500
ebullición agua	1000-20000	agua	500-10000
		condensación vapores	1000-100000

Tabla 1.4. Valores típicos del coeficiente de transmisión de calor, h ($kcal/(h.m^2.^{\circ}C)$)

1.3 RADIACIÓN

Los procesos de transmisión de calor por conducción y convección están generados por gradientes de temperatura, siendo de poca importancia el nivel de temperatura. Sin embargo, en la transmisión de calor por radiación tiene mucha importancia el nivel de temperatura y nula importancia el gradiente de la misma. En la radiación la transmisión de energía se efectúa mediante ondas electromagnéticas. Estas se “transmiten” mejor en el vacío que en un medio material, lo que diferencia claramente a la radiación de los otros dos mecanismos de transmisión de calor.

Cuando la radiación electromagnética llega a una superficie de cuerpo material (Figura 1.4), esta radiación puede ser

- absorbida, calentándose el cuerpo o provocando reacciones fotoquímicas (función clorofílica como almacenamiento de energía solar),
- reflejada, devolviéndose al medio ambiente en la misma forma,
- transmitida, atravesando el cuerpo sin alterarse.

Sólo la fracción absorbida se transforma en energía interna, bien aumentando la temperatura o bien provocando reacciones fotoquímicas.

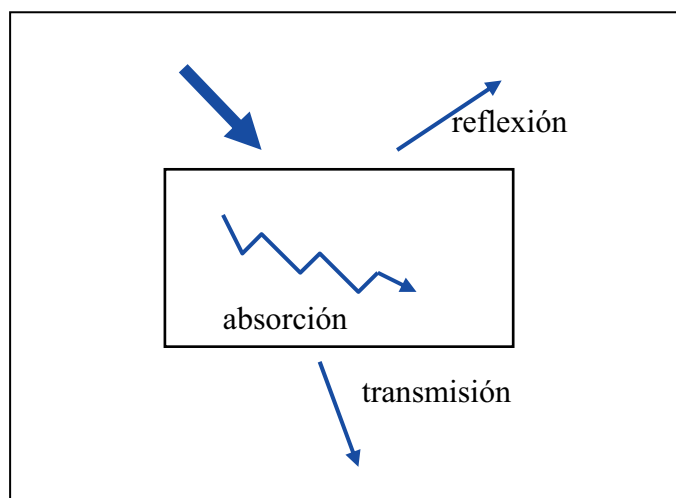


Figura 1.4. Radiación, absorción, transmisión y reflexión de ondas

Denotando a , r y t como las fracciones de radiación incidente absorbida, reflejada y transmitida respectivamente, se cumple:

$$a + r + t = 1 \quad (1.9)$$

Al cuerpo ideal que absorbe toda la radiación se le denomina cuerpo negro:

$$a = 1 \quad r = 0 \quad t = 0$$

otras combinaciones dan lugar al cuerpo transparente, que deja pasar toda la radiación:

$$a = 0 \quad r = 0 \quad t = 1$$

y al cuerpo especular, que refleja toda la radiación incidente:

$$a = 0 \quad r = 1 \quad t = 0$$

Cabe señalar que la **absorbancia**, a , de un cuerpo depende de su temperatura y también de la “temperatura” (tipo de radiación-longitudes de onda) de la radiación que absorbe. Esta peculiaridad es válida también para la **transmitancia**, t , y para la **reflectividad**, r .

Por lo que respecta a la emisión de energía radiante, cabe señalar que todos los cuerpos que se hallan a temperatura superior a 0 K son emisores de energía radiante. Se puede demostrar que un absorbedor perfecto de la radiación (cuerpo negro) es, a su vez, un emisor perfecto. Así, el cuerpo negro, a una temperatura dada, emitirá mayor cantidad de energía que otro cuerpo cualquiera a la misma temperatura.

La ley de **Stefan-Boltzman** relaciona la densidad de flujo de energía radiante emitida, q (W/m²), y la temperatura de un cuerpo negro emisor, T :

$$q = \sigma \cdot T^4 \quad (1.10)$$

donde σ es la constante de Boltzmann, e igual a $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$; un valor relativamente bajo, que pone de relieve la escasa importancia de la radiación a bajas temperaturas.

Nótese que al ser la densidad de flujo de energía radiante proporcional a la temperatura absoluta elevada a la cuarta potencia y el coeficiente de proporcionalidad un número bastante pequeño, sólo es importante la cantidad de energía emitida por radiación cuando las temperaturas son elevadas.

La densidad de flujo de energía emitida por radiación para los cuerpos no negros es:

$$q = e \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (1.11)$$

siendo e un parámetro adimensional denominado **emisividad**, que depende de la temperatura del cuerpo. A los cuerpos tales que su absorbancia es igual a la emisividad se les denomina **cuerpos grises**. La consideración de cuerpo gris es interesante ya que simplifica la resolución de los modelos matemáticos en radiación.

Sustancia	emisividad
agua	0,95
aluminio (pulido)	0,04
aluminio (pintura)	0,43
hormigón	0,88
ladrillo ordinario	0,93
papel	0,91
pintura blanca	0,88
pintura negra	0,90
yeso	0,91

Tabla 1.5. Emisividades de algunas sustancias a 20°C

En la tabla 1.5 se muestran los valores de emisividad a 20°C para algunas sustancias. Resulta interesante observar que:

- los metales pulimentados tienen valores bajos de emisividad
- la mayor parte de las sustancias no metálicas tiene emisividades elevadas
- la emisividad de una superficie varía ampliamente con el estado de la superficie
- la emisividad de la mayoría de las sustancias aumenta con la temperatura

Para un sistema real formado por dos superficies a distinta temperatura, T_1 y T_2 , el caudal neto de calor transferido por radiación se puede escribir como:

$$Q = A_1 \cdot \mathcal{F}_{12} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.12)$$

donde $\mathcal{F}_{12}$ es un factor adimensional que tiene en cuenta las emisividades y las geometrías relativas de los cuerpos reales.

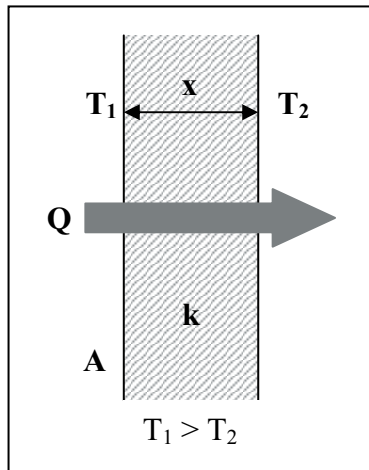
1.4. SISTEMAS COMBINADOS DE TRANSMISIÓN DE CALOR

En los apartados anteriores se han descrito los tres mecanismos básicos de la transmisión de calor por separado. En la práctica, el calor normalmente se transmite de forma que intervienen más de uno de los mecanismos simultáneamente. Por ejemplo, en invierno, el calor transmitido desde las paredes de una casa al ambiente tiene lugar mediante los

mecanismos de convección y de radiación simultáneamente, mientras que en la pared se transmite por conducción entre la superficie interior y la exterior.

Una forma de tratar la combinación de los tres mecanismos es dividiendo el curso de la transmisión de calor en secciones que pueden ser conectadas en serie, como en un circuito eléctrico, de forma que en cada sección el calor se transmite por uno o varios mecanismos en paralelo. Así, el flujo de calor puede quedar expresado como el cociente entre una fuerza impulsora (la diferencia de temperaturas) y una resistencia total a dicho flujo de calor.

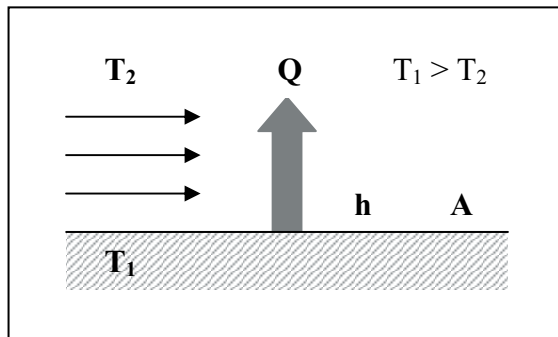
› Para transmisión de calor por conducción en una dirección en estado estacionario:



$$Q = -k.A. \frac{dT}{dx} = \frac{k.A}{x} (T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_k}$$

$$R_k = \frac{x}{k.A} \quad (1.13)$$

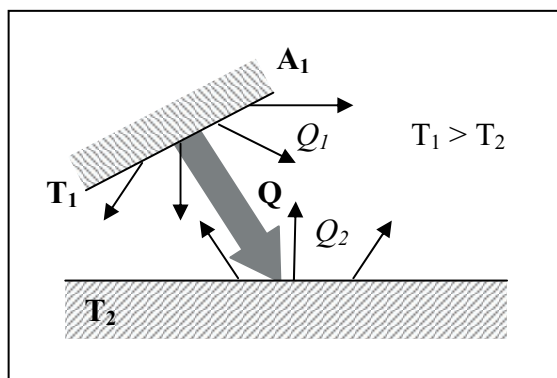
› Para convección desde una superficie a un fluido en movimiento:



$$Q = h.A.(T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_c}$$

$$R_c = \frac{1}{h.A} \quad (1.14)$$

› Para radiación de una superficie 1 a otra superficie 2:



$$Q = A_1.F_{12}.\sigma.(T_1^4 - T_2^4) = \frac{T_1 - T_2}{R_r}$$

$$R_r = \frac{T_1 - T_2}{A_1.F_{12}.\sigma.(T_1^4 - T_2^4)} \quad (1.15)$$

En los tres ejemplos vistos anteriormente se puede ver que el caudal de calor transmitido es un cociente entre una fuerza impulsora (una diferencia de temperaturas) y una resistencia al paso de calor.

En un proceso en el que intervienen más de un mecanismo de transmisión de calor se puede recurrir a la analogía que existe con la teoría eléctrica, de forma que:

- Para etapas de transmisión de calor en serie:

$$R_{\text{global}} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

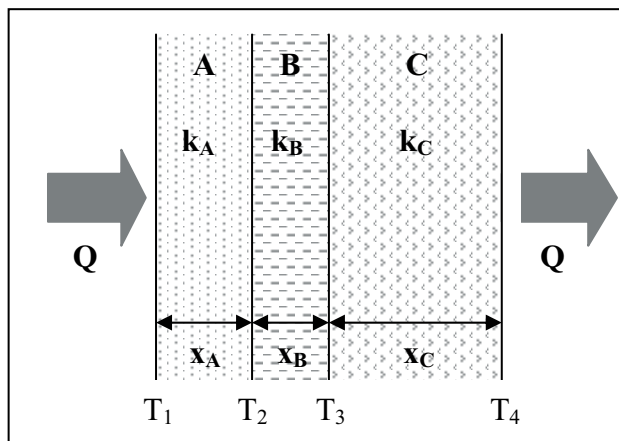
- Para etapas de transmisión de calor en paralelo:

$$\frac{1}{R_{\text{global}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

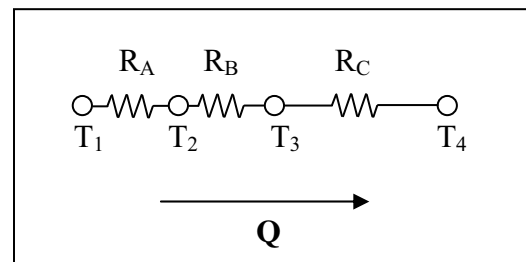
A continuación se verán algunas situaciones en las que el calor se transmite por más de un mecanismo y se encontrará la ecuación correspondiente a partir de la analogía termo eléctrica.

1.4.1. Conducción a través de varias superficies planas en serie

SISTEMA:



CIRCUITO ELÉCTRICO ANÁLOGO:



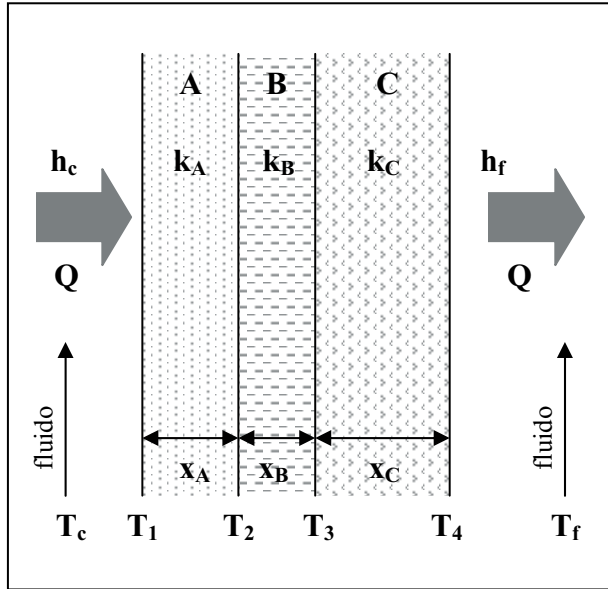
$$R_i = \frac{x_i}{k_i \cdot A} \quad i = A, B, C$$

Por lo tanto, en este caso el calor transmitido será:

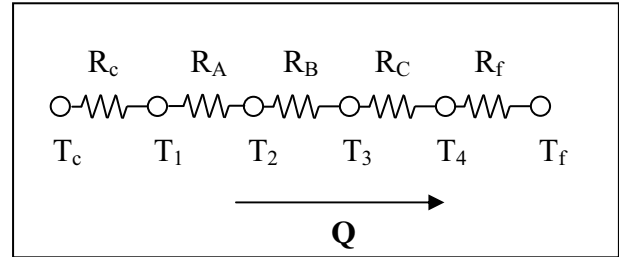
$$Q = \frac{\Delta T}{R_{\text{global}}} = \frac{T_1 - T_4}{R_A + R_B + R_C} = \frac{T_1 - T_{N+1}}{\sum_{i=1}^N R_i} \quad (1.16)$$

1.4.2. Convección y conducción en serie

SISTEMA:



CIRCUITO ELÉCTRICO ANÁLOGO:



$$R_i = \frac{1}{h_i \cdot A} \quad i = c, f$$

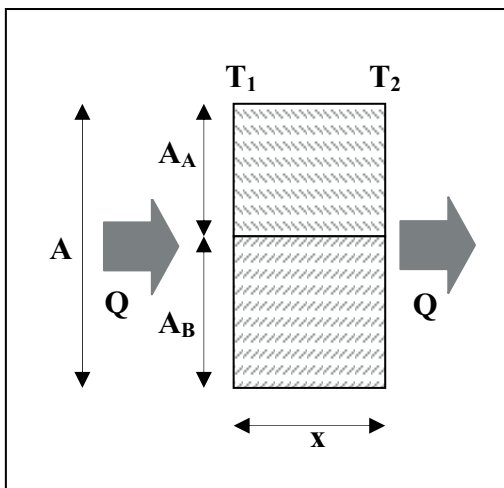
$$R_j = \frac{x_j}{k_j \cdot A} \quad j = A, B, C$$

El calor transmitido se calculará como:

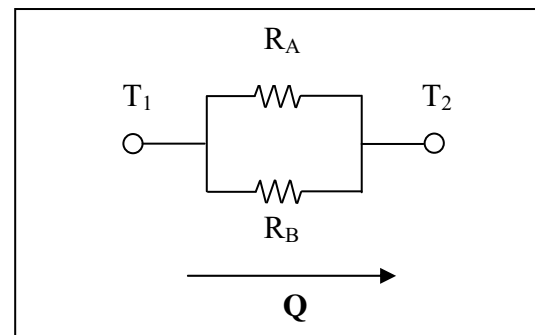
$$Q = \frac{\Delta T}{R_{\text{global}}} = \frac{T_c - T_f}{R_c + R_A + R_B + R_C + R_f} \quad (1.17)$$

1.4.3. Conducción a través de dos materiales en paralelo

SISTEMA:



CIRCUITO ELÉCTRICO ANÁLOGO:



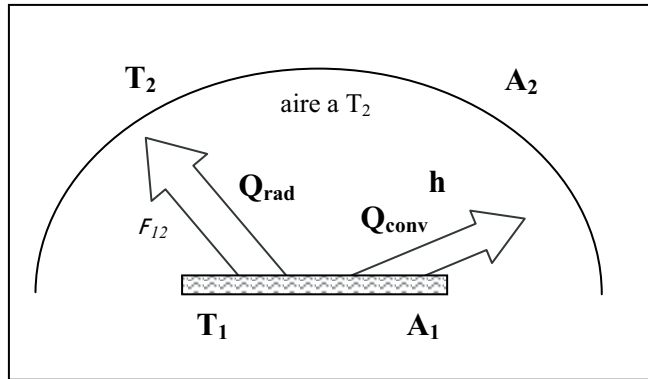
$$R_i = \frac{x}{k_i \cdot A_i} \quad i = A, B$$

El calor transmitido se calculará como:

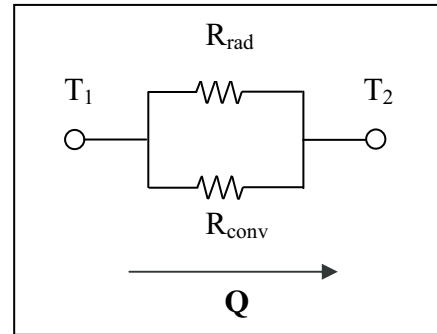
$$Q = \frac{\Delta T}{R_{\text{global}}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B}} = \frac{T_1 - T_2}{R_A} + \frac{T_1 - T_2}{R_B} = Q_A + Q_B \quad (1.18)$$

1.4.4. Convección y radiación en paralelo

SISTEMA:



CIRCUITO ELÉCTRICO ANÁLOGO:



$$R_c = \frac{1}{h \cdot A_1} \quad R_r = \frac{T_1 - T_2}{A_1 \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}$$

el calor que se transmite es:

$$Q = \frac{\Delta T}{R_{\text{global}}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{R_c \cdot R_r}{R_c + R_r}} = \frac{T_1 - T_2}{R_c} + \frac{T_1 - T_2}{R_r} = Q_{\text{conv}} + Q_{\text{rad}} \quad (1.19)$$

1.5. PROBLEMAS

1.1. Para determinar la conductividad térmica de cierto material plástico se le da una forma cilíndrica de 1 cm² de sección y 10 cm de longitud, se aísla térmicamente su superficie lateral y se sitúa a las dos bases en sendos recipientes que se hallan a diferente temperatura (20°C y 30°C). Si la cantidad de calor que conduce el material (medida como la cantidad de energía necesaria para mantener los baños a temperatura constante) es de 0,50 vatios, calcular la conductividad térmica del material.

NOTA. Suponer que se desarrollará un perfil lineal de temperatura en el eje axial de la probeta cilíndrica.

Rta: 50 W/(m.K)

1.2. Sabiendo que la densidad del tetracloruro de carbono líquido a 1 atm y 20°C es de 1,60 g/cm³ y la velocidad del sonido en el mismo es de 8,4·10⁴ cm/s estimar su conductividad calorífica.

Rta : 0,12 W/(m.K)

1.3. Calcular la densidad de flujo de radiación emitida por un cuerpo negro a 0°C, a 100°C, a 1000°C y a 10000°C.

Rta: q = 315 W/m²; 1097 W/m²; 149000 W/m²; 6,32 10⁸ W/m²

1.4. Una tubería de 20 cm de diámetro exterior, por la que circula vapor de agua a presión, atraviesa el interior de un laboratorio que se encuentra a 20°C. La pared de la tubería tiene una emisividad de 0,8 y su temperatura es de 150°C.

Calcular las pérdidas de calor que se producen (convección más radiación) por metro lineal de tubería si el coeficiente de convección entre la pared exterior de la tubería y el aire es de $25 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. (En este caso $\mathcal{F}_{12} = e$).

Rta: $Q/L = 2744,5 \text{ W/m}$

1.5. Una pared que tiene un área de 15 m^2 (3 m de altura y 5 m de ancho), está formada por cuatro materiales distintos y dispuestos como se puede ver en la figura adjunta. Si la pared se encuentra aislada perfectamente por sus caras superior e inferior, calcular las temperaturas en los dos extremos de la pared (T_1 y T_2 indicadas en la figura). Considérese conducción unidireccional.

Datos:

$$k_A = 50 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C}); \quad k_B = 40 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$$

$$k_C = 20 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C}) \quad k_D = 0,5 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$$

$$T_{fc} = 100^\circ\text{C} \quad T_{fr} = 20^\circ\text{C}$$

$$h_c = 40 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}) \quad h_f = 10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

altura de cada capa de material B : 20 cm;

altura de cada capa de material C: 50 cm

Rta: $T_1 = 90,5^\circ\text{C}$; $T_2 = 58,2^\circ\text{C}$

