



TEXTOS
DOCENTS

Matemàtiques i la seva didàctica

Roser Codina (coordinació)

Carme Burgués
M^a José Castelló
Roser Codina
Jesús Enfedaque
Vicenç Font
Joaquim Giménez
Pere López
Manel Montanuy
Núria Rosich
Jordi Servat

Publicacions i Edicions



Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica
Ensenyament de Mestre d'Educació Musical, Llengües Estrangeres i Educació Física

TEXTOS DOCENTS 287

MATEMÀTIQUES I LA SEVA DIDÀCTICA

ROSER CODINA (COORDINACIÓ)

CARME BURGUÉS
M^a JOSÉ CASTELLÓ
ROSER CODINA
JESÚS ENFEDAQUE
VICENÇ FONT
JOAQUIM GIMÉNEZ
PERE LÓPEZ
MANEL MONTANUY
NÚRIA ROSICH
JORDI SERVAT

Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica
Ensenyament de Mestre d'Educació Musical, Llengües Estrangeres i Educació Física

Publicacions i Edicions



UNIVERSITAT DE BARCELONA



A. PLANIFICACIÓ	7
1. L'assignatura en el marc del pla d'estudis	7
1.1 L'assignatura i la matèria	8
1.2 Relació amb assignatures posteriors	9
1.3 Relació amb altres assignatures de l'àmbit	9
2. El programa	9
2.1 Objectius generals	9
2.2 Contingut temàtic	10
2.3 Planificació del seu desenvolupament	10
2.4 Consideracions i precisions sobre la metodologia de treball	10
2.5 Criteris i activitats d'avaluació	11
B. DESENVOLUPAMENT TEMÀTIC	13
1. Bloc 1: Temes generals	
1.1 Tema 1. Pensar les matemàtiques	15
1.2 Tema 2. Heurística i raonament matemàtic	19
1.3 Tema 3. El currículum de matemàtiques en l'ensenyament primari	23
1.4 Tema 4. Ensenyar i aprendre matemàtiques	27
1.5 Tema 5. Aprendre a gestionar i avaluar l'activitat matemàtica a primària	31
2. Bloc 2: Aritmètica	
2.1 Tema 1. Nombres i sistemes de numeració	37
2.2 Tema 2. Sentit numèric	43
2.3 Tema 3. Nombres i operacions: addició i subtracció	49
2.4 Tema 4. Nombres i operacions: multiplicació i divisió	53
2.5 Tema 5. Mesura i nombres: fraccions i decimals	59
3. Bloc 3: Geometria	
3.1 Tema 1. Geometria i entorn	67
3.2 Tema 2. Quadrats i cubs	71
3.3 Tema 3. Mosaics i políedres	77
3.4 Tema 4. Distància i àrea	81
3.5 Tema 5. Geometria i proporcions. La forma	87
C. PROJECCIÓ PROFESSIONAL/CIENTÍFICA DE L'ASSIGNATURA	93
1. Fonts documentals d'ampliació	93
1.1 Llibres	93
1.2 Revistes	99
2. Recursos tecnològics	100
2.1 Dossier electrònic	100
2.2 Vídeos	100
2.3 Adreces d'Internet	101
3. Materials didàctics. Distribució	101
4. Institucions relacionades amb la professió	101

D. ANNEXOS	103
1. Heurística	105
2. Gestión de interacciones y producción de conocimiento matemático en un día a día lakatosiano ..	109
3. Adquirir sentit numèric	123
4. Dividir construyendo los números (mentalmente) ¿Una alternativa frente al algoritmo usual de la división?	137
5. Maneres d’entendre les fraccions.	153
6. Rompiendo las cadenas de Euclides. Parasoles.	155

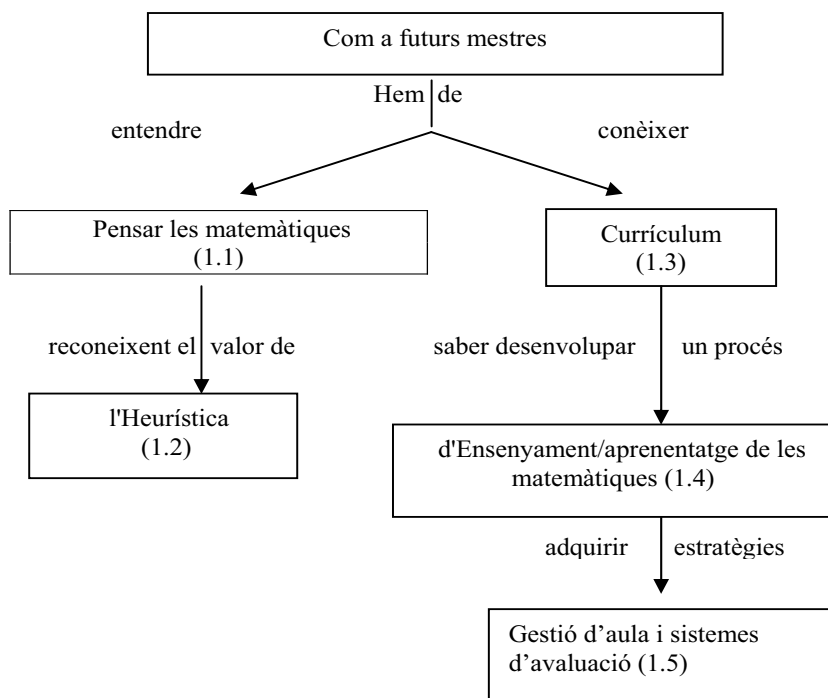
DESENVOLUPAMENT TEMÀTIC

BLOC 1: TEMES GENERALS

Aquest bloc pretén introduir l'alumnat en l'ensenyament de la matemàtica i, a la vegada, té un caràcter transversal perquè constitueix la base del desenvolupament dels altres dos.

Es proposa una reflexió sobre el que són les matemàtiques i alguns dels seus mètodes més característics (heurística i resolució de problemes). Es planteja també la importància de comprendre-les i de trobar-les útils i aplicables a la realitat quotidiana.

També inicia en alguns elements importants sobre l'ensenyament d'aquesta matèria. Familiaritzar-se amb el currículum de matemàtiques a l'etapa primària, conèixer alguns fets importants sobre el seu aprenentatge, aprendre estratègies de planificació, de proposta d'activitats, de gestió de l'aula i d'avaluació són aspectes que es presenten i es particularitzen al llarg de tota l'assignatura.



Bloc 1. Tema 1. PENSAR LES MATEMÀTIQUES

1. La unitat en el marc del programa

La docència d'una assignatura comporta un coneixement més ampli que el dels continguts estrictes que s'han d'impartir. És per això que els futurs ensenyants de matemàtiques, a més a més dels continguts acadèmics, han de conèixer alguns aspectes socials, culturals i polítics relacionats amb aquesta ciència.

El tema «Pensar les Matemàtiques» pretén aportar una visió general de les matemàtiques en la qual es faci palès com aquests aspectes incideixen en el seu ensenyament, i proposar també una reflexió personal sobre l'experiència de l'alumnat en relació amb l'aprenentatge d'aquesta matèria.

2. Objectius específics

- Conèixer i reflexionar sobre alguns dels aspectes socials, polítics i culturals relacionats amb les matemàtiques.
- Ser conscients de la presència de les matemàtiques en la nostra vida quotidiana.
- Reflexionar sobre l'experiència personal de l'alumnat en relació amb l'aprenentatge d'aquesta matèria.

3. Esquema del contingut

En aquest tema pretenem desenvolupar:

- La matemàtica com a construcció humana que ha progressat al llarg de la història.
- Les matemàtiques i la societat actual.
- Les creences i actituds sobre les matemàtiques i el seu ensenyament – aprenentatge.

4. Indicacions bibliogràfiques per al desenvolupament del contingut

BISHOP, A. *Enculturación matemática* Barcelona: Paidós, 1999.

COCKCROFT, W.H. i altres. *Las Matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: MEC, 1985.

SANTALÓ, LÍ. «Matemática para no matemáticos». A: *Memoria del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. París: Unesco, Sección de Enseñanza de las Ciencias y de la Tecnología, 1991.

«Quines matemàtiques ha de dominar una persona en el tercer mil·lenni?». A: *Biaix*, 16, maig 2000.

5. Materials específics de lectura – estudi

BISHOP, A. «Lo que una perspectiva cultural nos cuenta sobre la historia de las matemáticas» A: *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 26, 2001. Pàg. 61-72.

COCKCROFT, W.H. i altres. *Las Matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: MEC, 1985. Pàg 1-5.

ERNEST, P. «Los valores y la imagen de las matemáticas: una perspectiva filosófica». A: *Uno. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 23, 2000. Pàg. 9-28.

6. Activitats

6.1 Contesteu les preguntes següents:

- Recordeu alguna vivència que hagi estat important per a vosaltres com a alumnes de la classe de matemàtiques?
- Penseu que els coneixements que vau aprendre d'aquesta matèria us han estat útils en la vida quotidiana? En què? I per ser mestre?
- Com recordeu els vostres professors/res d'aquesta disciplina?
- Quines qualitats importants penseu que heu de desenvolupar per ser un o una mestre de matemàtiques? Per què?

6.2 A partir de l'article «Lo que una perspectiva cultural nos cuenta sobre la historia de las matemáticas», feu un llistat d'activitats quotidianes que tinguin algun contingut matemàtic i relacioneu-les amb alguna de les 6 categories d'activitat matemàtica que proposa A. Bishop.

6.3 Feu un llistat de paraules d'ús comú que tinguin significat matemàtic. La utilització corrent d'aquests termes, a quina de les categories de l'article de Bishop correspon?

6.4 Analitzeu des del punt de vista matemàtic: ofertes de telèfons mòbils, rebuts de la llum, del gas, anàlisis mèdiques, etc.

6.5 Constateu la presència de la matemàtica en els mitjans de comunicació: premsa, ràdio i televisió. Seleccioneu un programa de televisió, o un article d'un diari o revista i feu una lectura amb “ulls matemàtics” dels seus continguts.

6.6 A partir de l'article «Los valores y la imagen de las matemáticas: una perspectiva filosòfica» comenteu les idees o creences que teniu sobre les matemàtiques. En quin corrent filosòfic les inclouríeu? Penseu que les idees sobre les noies i l'estudi de les matemàtiques reflecteixen el que passa aquí?

7. Indicacions d'avaluació

Per avaluar aquest tema es tindrà en compte el grau de participació de l'alumnat en les discussions proposades a partir de les activitats.

8. Reflexió

- La lectura i discussió a partir dels textos indicats ha modificat la vostra concepció sobre aquesta matèria?
- Com valoreu compartir amb els companys les vostres vivències a classe de matemàtiques i la visió del que creieu que ha de ser un bon ensenyant?

9. Metodologia

Treball de lectura i reflexió personal que suscitarà una discussió posterior a l'aula.

A continuació s'ofereix un quadre que relaciona els continguts que es pretenen desenvolupar amb les activitats proposades:

Continguts	Act.6.1	Act.6.2	Act.6.3	Act.6.4	Act.6.5	Act.6.6
La matemàtica com a construcció humana que ha progressat al llarg de la història		X				X
Les matemàtiques i la societat actual		X	X	X	X	X
Les creences i actituds sobre les matemàtiques i el seu ensenyament-aprenentatge	X					X

Bloc 1. Tema 2. HEURÍSTICA I RAONAMENT MATEMÀTIC

1. La unitat en el marc del programa

L'activitat matemàtica es basa fonamentalment en la resolució de problemes, per tant l'ensenyament d'aquesta matèria anirà relacionat amb el raonament heurístic, entenent com a tal tots aquells tipus de raonament que poden ser útils en el procés de descobriment.

Cal ser conscients que el predomini del model estrictament deductiu de raonament en l'ensenyament de la matemàtica, ha estat en gran part responsable de les dificultats en el seu aprenentatge, sobretot en els nivells elementals. Per tant, caldrà buscar noves metodologies de treball en les quals la intuïció, els processos no exactes i el treball creatiu hi tinguin un pes important.

Tal com pensem que s'ha d'enfocar aquest tema creiem que no són essencials els coneixements previs matemàtics ja que es tracta més de desenvolupar unes habilitats de raonament heurístic que de tenir una certa base de coneixements matemàtics.

Per la mateixa raó, pensem que aquest tema pot ser un bon punt de partida per abordar-ne qualsevol altre d'aquesta assignatura.

2. Objectius específics

- Adonar-se de la importància del raonament heurístic en matemàtiques.
- Valorar la creativitat i la intuïció en la resolució de problemes.
- Saber distingir entre exercici i problema.
- Conèixer i familiaritzar-se en l'ús de les estratègies heurístiques més freqüents en la resolució de problemes a l'educació primària.

3. Esquema del contingut

- Heurística i ensenyament de la matemàtica. Reflexió.
- Exercicis i problemes.
- Etapes en el procés de resolució d'un problema.
- Estratègies heurístiques:
 - Assaig i error.
 - Raonar sobre un model concret.
 - Raonar a partir de la incògnita.
 - Resoldre un problema relacionat, més senzill.
 - Construir una taula.
 - Trobar regularitats.
 - Raonar cap enrere.
- Creativitat i resolució de problemes.
- Proposta de problemes.

4. Indicacions bibliogràfiques per al desenvolupament del contingut

CALLEJO, M. LUZ. *Un club matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea, 1994.

FISHER, R.; VINCE, A. *Investigando las Matemáticas*. Madrid: Akal, 1990.

GARDNER, M. *Inspiración ¡Ajá!* Barcelona: Labor, 1981.

MASON, J. i altres *Pensar matemàticament*. Barcelona: Labor-MEC, 1989.

POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. Mèxic: Trillas, 1976.

5. Materials específics de lectura-estudi

LÓPEZ, P. *Heurística*. Annex n. 1.

POLYA, G. *Como plantear y resolver problemas*. Mèxic: Trillas, 1976. Pàg. 18-19, 93-96.

STACEY, K.; GROVES, S. *Resolver problemas: Estrategias*. Madrid: Narcea, 1999. Pàg. 62-63, 66-67, 100-102.

6. Activitats

6.1 Indiqueu quins dels enunciat següents corresponen a exercicis i quins a problemes. Expliqueu-ne per què.

6.1.a. Jo tinc 5 € i la meua germana 8. Quants en tenim entre els dos?

6.1.b. Sé que a la guardiola n'hi vaig posar 3 monedes i que ni vaig posar 5 € en total. Recordo que hi havia monedes d'1 € i de 2 €, però no recordo quantes n'hi havia de cada classe. M'ho pots dir tu?

6.1.c. Calculeu el mínim comú múltiple de 15, 18 i 27.

6.1.d. Trobeu un nombre enter positiu sabent que és el menor que té la propietat de ser múltiple de 20, 28 i 36.

6.1.e. Una pila de sacs de blat pesa el mateix que una pila de sacs de civada. Trobeu quin és aquest pes sabent que cada sac de blat pesa 18 kg i cada sac de civada, 21.

6.1.f. Tenim un full rectangular de 21x35 cm i el volem dividir en quadrats iguals de manera que aquests quadrats siguin com més grans millor. Quants d'aquests quadrats sortiran i quina mida tindran?

6.2 Resoleu els problemes següents. Observeu si les estratègies que heu utilitzat coincideixen amb algunes de les que es citen a l'annex.

6.2.a. Trobeu un nombre que sumat amb el seu quadrat doni 306.

6.2.b. M'he comprat 2 camises i 1 jersei i en total m'he gastat 140 €. Si el preu del jersei és 12 € més que el d'una camisa, trobeu quin és el preu de cada peça de roba.

6.2.c. La Marta vol fundar un club d'aficionats als escacs i pensa que, de cara al creixement del club, cada soci pot aconseguir un soci nou, cada mes. Si aquests plans es fessin realitat, quants socis tindria el club després d'un any?

Pista: Quants socis hi haurà en total al final del primer mes? I al final del segon?...

6.2.d. Tenim 19 rectes al pla. No hi ha rectes paral·leles (totes es tallen), i no hi ha més de dues rectes que passin per un mateix punt. Trobeu quants punts d'intersecció hi haurà en total.

Pista: Feu un problema més senzill. Busqueu una regularitat.

6.2.e. L'Enric vol estrenar amb els seus amics un joc que li han regalat. Si reparteix 4 fitxes a cadascun en sobren 6, i si en reparteix 6 a cadascun en falten 4. Trobeu quants amics juguen i quantes fitxes té el joc.

Pista: Proveu amb un cert nombre d'amics i un cert nombre de fitxes. Observeu què passaria. Torneu a fer una altra prova intentant apropar-vos més a la solució.

6.2.f. Trobeu l'àrea d'un cercle inscrit en un rombe de diagonals de 12 i 16 cm.

Pista: Feu una figura. Què necessiteu per saber l'àrea del cercle? Ho podeu trobar en funció de les dades?

6.2.g. En una classe hi ha 60 alumnes entre nois i noies. Usen ulleres el 16 % dels nois i el 20 % de les noies. Si el nombre total d'alumnat que fa servir ulleres és d'11, quants nois i noies hi ha a la classe?

Pista: Proveu amb 2 nombres qualssevol que sumats donin 60. Observeu el resultat de trobar el 16 % i el 20 % d'aquests nombres. Pot ser que surti un nombre decimal?

6.3 Proposeu diversos exercicis i problemes, explicant en què us baseu per fer aquesta distinció. En el cas dels problemes, indiqueu quines estratègies es podrien utilitzar per a la seva resolució.

7. Indicacions d'avaluació

a) Avaluació de l'habilitat de resolució de problemes estàndard.

Es tenen en compte els següents criteris per a l'avaluació de cada problema:

- a.1 Si utilitza en la seva resolució estratègies viables a educació primària.
- a.2 Si el resol correctament des d'un punt de vista matemàtic.
- a.3 Si, suposant que en el problema es poguessin utilitzar diferents mètodes de resolució, n'elegeix un de senzill.
- a.4 Si l'explicació és clara i entenedora per a un alumne d'educació primària.

b) Avaluació de la creativitat en la resolució de problemes.

En la resolució d'algun dels problemes estàndard, utilitza alguna idea, mètode, raonament, etc. original o creatiu?

8. Reflexió

- Busqueu exemples de problemes que haguéssiu resolt de manera diferent abans de treballar aquest tema i expliqueu com els hauríeu resolt inicialment i com ho feu ara.
- Com valoreu personalment aquests canvis?

9. Metodologia

Es resolen els problemes individualment i es posen en comú en petit grup. A continuació es discuteixen les principals estratègies entre tot el grup-classe.

El quadre següent relaciona els continguts que es pretenen desenvolupar amb les activitats proposades:

Continguts	Act.6.1	Act.6.2	Act.6.3
Exercicis i problemes	X		X
Etapes en el procés de resolució		X	
Estratègies heurístiques		X	X
Creativitat		X	
Proposta de problemes			X

Bloc 1. Tema 3. EL CURRÍCULUM DE MATEMÀTIQUES EN L'ENSENYAMENT PRIMARI

1. La unitat en el marc del programa

El currículum és un document que recull la informació corresponent al què, com i quan ensenyar una àrea de coneixement. El currículum actual de matemàtiques per a l'ensenyament primari conté aquesta informació marcant allò que es considera prescriptiu i donant orientacions per a la seva posada en pràctica. No és un document per memoritzar, però sí per entendre'n la informació més rellevant, i especialment, el fons de la proposta.

La coordinació entre els mestres d'un centre requereix una adequació del document al centre i la distribució dels continguts per ensenyar al llarg dels sis anys escolars de primària.

2. Objectius específics

- Conèixer l'estructura del currículum actual de matemàtiques per a l'ensenyament primari.
- Entendre el paper dels procediments generals i específics.
- Relacionar els objectius amb els continguts corresponents.
- Ser capaç d'estructurar els continguts conceptuals i posar en evidència les connexions entre els diversos blocs conceptuals.
- Ser capaç de situar els continguts més importants en els tres cicles educatius de l'etapa.

3. Esquema del contingut

En aquest tema pretenem desenvolupar:

- La lectura comprensiva dels apartats de matemàtiques del currículum vigent a l'ensenyament primari.
- L'estructuració dels continguts conceptuals, cosa que posarà en evidència les connexions més bàsiques.
- L'exemplificació i recerca d'activitats escolars per tal de relacionar-les amb els diversos continguts.
- La relació dels objectius terminals de matemàtiques amb els objectius generals de l'etapa primària.

4. Indicacions bibliogràfiques per al desenvolupament del contingut

BURGUÉS, C. <<El currículum de matemàtiques>>. A: *Psicopedagogia de les matemàtiques. Mòdul I*, coordinat per C. Alsina. Barcelona: Ediuoc, 1994.

BURGUÉS, C. <<El currículum de primària>>. A: *El currículum de la matemàtica en los inicios del siglo XXI*, coordinat per J.M.Goñi. Barcelona: Biblioteca de Uno, 152, 2000.

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT. *Curriculum. Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, 1991.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: SAEM Thales, 2003.

5. Materials específics de lectura-estudi

BURGUÉS, C. <<El currículum de matemàtiques>>. A: *Psicopedagogia de les matemàtiques. Mòdul I*, coordinat per C. Alsina. Barcelona: Ediuoc. 1994. Pàg. 30-45.

DEPARTAMENT D'ENSSENYAMENT. *Curriculum. Educació Primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya. 1991. Pàg. 68-74.

6. Activitats

6.1 Llegiu l'apartat d'objectius generals de matemàtiques del document curricular (Gen.1991). Sintetitzeu en 5 línies les idees bàsiques que s'hi exposen.

6.2 Busqueu un exemple de connexió entre els parells de blocs de continguts conceptuals següents: nombres i geometria; nombres i mesura; estadística i geometria i nombres i estadística. Per això useu llibres de matemàtiques de l'etapa primària. Seleccionau activitats i discutiu en parelles quins són els conceptes que es treballen de cada bloc.

6.3 Feu una llista de conceptes que ara figuren en el currículum de primària i que no hi eren en el currículum d'EGB de primer a sisè curs.

6.4 Preneu alguns dels objectius terminals (per exemple, els nombres 4, 11, 21, 38 i 48) i relacioneu-los amb els continguts que impliquen.

6.5 Discutiu de quina manera els objectius generals de l'àrea de matemàtiques estan relacionats amb els objectius de l'etapa primària.

6.6 Busqueu exemples d'activitats sobre nombres i operacions on s'usin diferents procediments.

7. Indicacions d'avaluació

En aquest tema, l'alumnat ha de ser capaç de respondre a qüestions com les següents:

- Esquematitzar els continguts conceptuals del currículum.
- Determinar quins continguts entren en joc en una activitat per a alumnes de primària. Especificar-ne el lloc o el moment.
- Raonar la importància dels continguts procedimentals i posar-ne exemples.
- Sintetitzar els objectius relatius a un bloc conceptual determinat.

8. Reflexió

- Concreteu tres coses importants que hàgiu après sobre els continguts de matemàtiques per a l'etapa primària.
- Quins continguts us han sorprès? Per què?
- Creieu que hi ha continguts importants que no s'han inclòs? Quins? Per què?
- Fins a quin punt creieu que obliga als mestres a donar una sèrie de temes?

9. Metodologia

Aquest tema específic tracta de com consultar documents i com discutir-los per tal d'aclarir conceptes.

A continuació s'ofereix un quadre que relaciona els continguts que es pretenen desenvolupar amb les activitats proposades:

Continguts	Act. 6.1	Act. 6.2	Act. 6.3	Act. 6.4	Act. 6.5	Act. 6.6
Lectura comprensiva dels apartats de matemàtiques del currículum vigent a l'ensenyament primari	X	X	X	X	X	X
Estructuració dels continguts conceptuals, cosa que en posarà en evidència les connexions més bàsiques		X		X		X
Exemplificació i recerca d'activitats escolars per tal de relacionar-les amb els diversos continguts		X				X
Relació dels objectius terminals de matemàtiques amb els objectius generals de l'etapa primària					X	

10. Fons documental

Exemples de currículums i materials curriculars:

www.arccenter.comap.com

www.nctm.org/standards

www.deb.nin.-edu.pt/curriculo/Reorganizacao-Curricular

www.vcaa.vic.edu.au/csfd/ma

www.meq.gouv.qc.ca

Bloc 1. Tema 4. ENSENYAR I APRENDRE MATEMÀTIQUES

1. La unitat en el marc del programa

Tant per l'ensenyament com per l'aprenentatge de les matemàtiques, cal tenir present que aquestes ofereixen, entre altres coses, una cultura quotidiana, sense la qual seria impossible afrontar una bona part dels problemes que trobem al llarg de la vida. El càlcul, la mesura, la geometria, dividir, organitzar o comptar, formen part de la matemàtica, però alhora, de la pràctica de cada dia. S'aprèn construint el propi coneixement, tenint present que aquesta construcció es produeix quan es fa de manera significativa. L'aprenentatge es viu com una experiència formativa, pensant que les habilitats implícites en l'activitat matemàtica són complexes i que la transmissió d'habilitats com ara sistematitzar, conjecturar o reflexionar, s'ha de fer pensant en allò que l'alumnat ja sap, i en que l'error és necessari per progressar en els coneixements matemàtics. En el present tema pretenem reflexionar, a partir de la pròpia experiència de l'alumnat, sobre algunes maneres d'ensenyar i sobre el procés d'aprenentatge de les matemàtiques d'educació primària.

2. Objectius específics

- Conèixer alguns resultats de la investigació pedagògica i psicològica cognoscitiva sobre la naturalesa de l'aprenentatge de la matemàtica i les implicacions en les pràctiques dels mestres en les seves classes.
- Conèixer els elements característics de l'ensenyament de les matemàtiques.
- Conèixer algunes maneres diferents d'ensenyar matemàtiques.
- Reconèixer l'interès i la utilitat que pot tenir l'error en el procés d'ensenyament-aprenentatge de la matemàtica.

3. Esquema del contingut

En aquest tema pretenem desenvolupar:

- Les teories de l'aprenentatge de les matemàtiques : el constructivisme.
- Els elements característics de l'ensenyament de les matemàtiques.
- L'error i les dificultats en la construcció matemàtica. L'error com a font d'aprenentatge.
- El contrast entre dues maneres d'ensenyar matemàtiques: la mecanicista i la realista.

4. Indicacions bibliogràfiques per al desenvolupament del contingut

FORTUNY, J.M. *Aspectos didácticos de matemáticas*. Zaragoza: Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Zaragoza, 1990.

SKEMP, R. *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (capítols 2,3). Madrid: Morata, 1980.

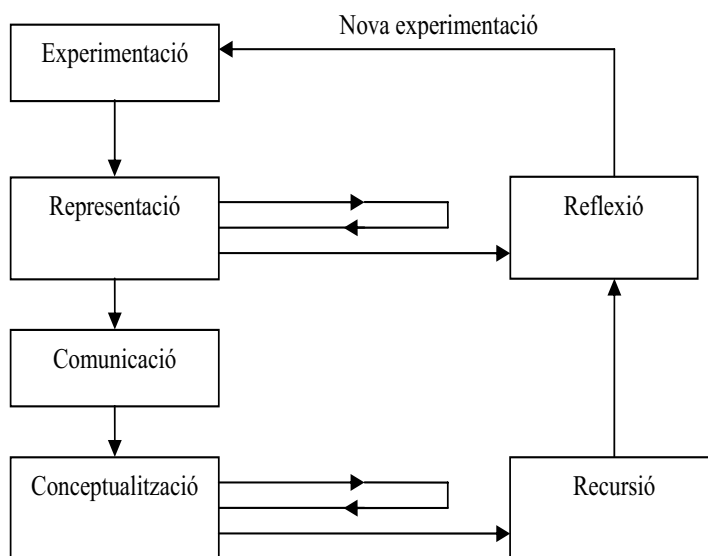
5. Materials específics de lectura-estudi.

GIMÉNEZ, J. <<Ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques: temes clau>>. A: *Psicopedagogia de les matemàtiques. Mòdul 2*, coordinat per C. Alsina. Barcelona: Ediuoc. 1994. Pàg. 1-76.

LÓPEZ, J.; QUINTERO, E. *Los principios generales de la enseñanza y del aprendizaje en matemáticas*; Puerto Rico: Universidad de S. Juan, 1997. Pàg 1-43.

6. Activitats

6.1 Expliqueu breument el següent esquema del desenvolupament d'activitats de classe amb l'alumnat, segons els principis d'ensenyament-aprenentatge de Treffers.



Font: FORTUNY, J.M^a (1990, pàg. 250)

6.2 Reconeixeu i identifiqueu els continguts que es treballen en les activitats següents. Identifiqueu també quina part correspon a cada una de les diverses fases segons l'esquema mostrat anteriorment.

6.2.a. Activitat per al cicle inicial. Geometria. Col·lectiva. “Les capses”.

S’agafen les capses de cartronet que ha portat l’alumnat (de medicines, colònies, etc.), i en dies successius, es fan activitats per construir la maqueta d’una ciutat o d’un poble.

6.2.b. Activitat per al cicle mitjà. Geometria. Col·lectiva. “A la recerca de mosaics”.

De què va: “Els terres i les parets de les cases i dels carrers són plens de mosaics. N’hi ha molts de repetits, principalment els quadrats d’un sol color.

Si ets un bon caçador en trobaràs uns altres de diferents per engrandir la teva col·lecció”.

Es necessita: regle, escaire, llapis de colors, compàs.

Plantejament de l’activitat: “Cada mosaic nou que trobis l’afegiràs a la col·lecció fent una fitxa. A la part de dalt de la fitxa, hi dibuixes la rajola acolorint-la, i a sota, hi dibuixes un trosset de mosaic per veure com estan col·locades les rajoles. Anota-hi, també, el lloc on has fet la troballa. Després, confeccionarem un mural entre tots”.

6.2.c. Activitat per al cicle superior. Geometria. Longitud. Individual. “Perímetres”.

De què va: “Cal aplicar el que saps sobre els polígons per calcular-ne els perímetres”.

Plantejament de l’activitat:

- Amb un fil de 30 cm fem un quadrat. Quant val cada costat? Si féssim un triangle isòsceles, quant valdrien els costats?
- Un rectangle té 54 cm de perímetre i l’altura és de 5 cm. Quant val la base?
- El perímetre d’un rectangle és de 42 cm. Quines en poden ser la base i l’altura?

6.3 No tenir en compte la interrelació aritmètica-geometria ens pot portar a cometre certs errors en la resolució de problemes. Il·lustrem-ho amb l’exemple següent:

Quants rectangles diferents d’àrea 24 es poden construir en un geoplà N x N ?

Si bé es tracta d'un problema de construcció geomètrica, la certesa del nombre de rectangles amb aquestes característiques la trobem fent la descomposició del 24 en producte de dos nombres naturals:

$$24 = 24 \times 1$$

$$24 = 12 \times 2$$

$$24 = 8 \times 3$$

$$24 = 6 \times 4$$

L'error més freqüent és pensar que el rectangle de 12×2 és diferent al rectangle de 2×12 . Quina acció faríeu amb els rectangles per veure si són iguals o diferents?

Són aquests els únics rectangles d'àrea 24 que es poden construir?

6.4 Expliqueu breument la manera d'ensenyar d'un mestre que hàgiu tingut a primària i la d'un altre que hàgiu tingut a secundària. Compareu-les amb el que proposa el document de López-Quintero sobre els principis de Treffers.

6.5 Descriu cadascuna de les maneres d'ensenyar matemàtiques, explicant-ne en cada cas, els aspectes positius i negatius.

7. Indicacions d'avaluació

L'alumnat ha d'adquirir capacitat suficient per poder contestar preguntes o qüestions com les següents:

- Per ensenyar bé les matemàtiques, és necessari tenir en compte, d'una banda, els coneixements previs de l'alumnat i de l'altra, ser capaç de transmetre els nous coneixements. Enumereu tres condicions que fan falta per transmetre bé els coneixements matemàtics.
- L'aprenentatge, en general, té un caràcter estructurat i esquemàtic. Mostreu un esquema de seqüenciació considerant els graus de dificultat en l'aprenentatge de la resta.

8. Reflexió

- Què enteneu per “aprendre matemàtiques” i per “ensenyar matemàtiques”?
- Quines de les informacions que heu llegit sobre el tema “ensenyar i aprendre matemàtiques” han estat més rellevants per a la vostra formació? Exposeu-ne dos motius.
- Quins aspectes nous us han aportat respecte a l'ensenyament de les matemàtiques?

9. Metodologia

A classe es comentaran els aspectes fonamentals del constructivisme i els elements característics d'un ensenyament constructivista de les matemàtiques a partir del document sobre els principis de Treffers. Es reflexionarà sobre els exemples i les activitats que s'hi presenten i se'n realitzaran les dues primeres. A partir d'aquí, veurem la incidència que té l'error en l'aprenentatge de les matemàtiques dins del marc constructivista i es realitzarà l'activitat n. 3. En les activitats 4 i 5 es treballarà el contrast entre la manera d'ensenyar matemàtiques mecanicista i la realista.

A continuació s'ofereix un quadre que relaciona els continguts que es pretenen desenvolupar amb les activitats proposades:

Continguts	Act 6.1	Act 6.2.a.	Act 6.2.b.	Act 6.2.c.	Act 6.3	Act 6.4	Act 6.5
Les teories de l'aprenentatge de les matemàtiques: el constructivisme	X	X	X	X			
Els elements característics de l'ensenyament de les matemàtiques	X	X	X	X			
L'error i les dificultats en la construcció matemàtica: L'error com a font d'aprenentatge					X		
El contrast entre dues maneres d'ensenyar matemàtica La mecanicista i la realista					X	X	